

第三章 可靠性预计与分配

内 容 提 要



§ 3—3 可靠性分配

一、可靠性分配的含义和原则

二、串联和串并联系统的可靠性分配

三、可靠性分配的其他方法

习 题 三 答 案

先举一例说明可靠性分配的含义：

如地对空导弹射击系统，要求其射中的可靠性 R_s 为99%，若只需发射一发，该导弹射中的可靠性 R_s 为多少；若需发射二发，导弹射中的可靠性 R_s 为多少；若发射三发，导弹射中的可靠性 R_s 为多少。

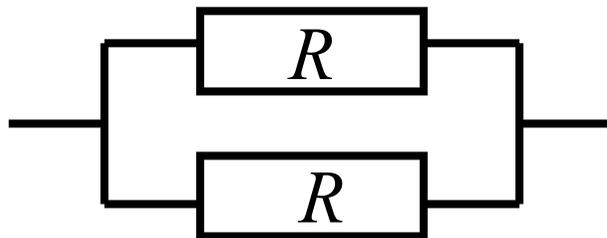
显然三个系统可靠性框图和可靠性如下：

射一发：



$$R_s = R = 0.99$$

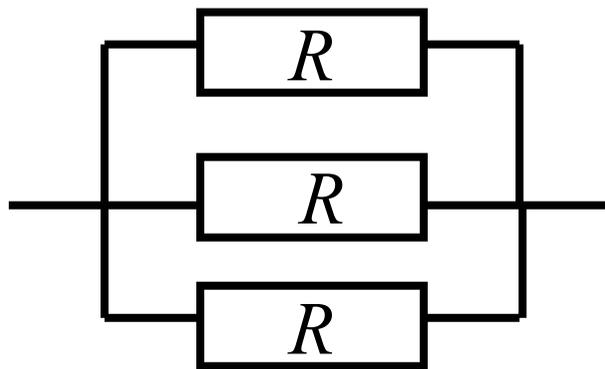
射二发:



$$R_s = 1 - (1 - R)^2 = 0.99$$

$$R = 1 - \sqrt[2]{1 - 0.99} = 0.9$$

射三发:



$$R_s = 1 - (1 - R)^3 = 0.99$$

$$R = 1 - \sqrt[3]{1 - 0.99} = 0.785$$

显然这是一个可靠性分配问题，即**已知系统的可靠度，求各组成单元的可靠度**。此例系统为**并联系统**。

对于工程中常用的**串联系统**也有可靠性分配的问题。

如有一个产品由**4个零件组成**，这4个零件中只要有一个失效，这个产品就失效。假设我们要求该产品**零件可靠度为 95%**。该产品的可靠性 $R_S = ?$ **能等于95%?**

其可靠性框图为：



$$\therefore R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R = 0.95$$

则系统可靠性为：

$$\therefore R_s = R^4 = 0.95^4 = 0.8145$$

以上例中所有零件可靠度均为0.95，可系统可靠度**不是0.95**，而是 **0.8145**。

在工程中显然关心的是系统的可靠度而不是组成单元的可靠度，因此工程关心的是**如何根据系统的可靠性求所有组成单元的可靠性**，即**如何将系统的可靠性分配到每一个组成单元上？**如同精度分配一样。



图中每个组成单元的可靠度 R :

$$\therefore R_s = R^4 = 0.95$$

$$\therefore R = \sqrt[4]{0.95} = 0.987$$

这样对不对? 从理论上讲完全正确, 但在实际中**不能平均分配**, 为什么? 因为可靠性分配是一门科学, 需要很好地研究它。

一、可靠性分配的含义和原则

1. **含义**—— 可靠性分配是在可靠性预测的基础上，把经过论证确定的**系统可靠性指标**，**自上而下地分配到各个分系统 → 整机 → 元器件**。

最后工程实践用实现各组成部分的定量可靠性指标的方法来保证系统可靠性指标的实现。

可靠性分配一定要在可靠性预计的基础上进行。

2. **原则**—— 技术合理，经济合算，见效快。

二、串联和串并联系统的可靠性分配

1. 串联系统的可靠性分配：

例如某一有4个单元组成的系统为例来说明串联系统可靠性分配，见图3—3。

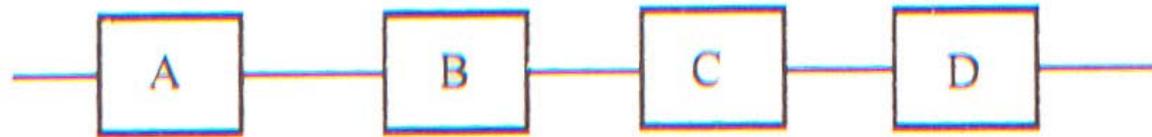


图 3—3 例 3-2 系统的可靠性逻辑框图

(1) 当各单元的失效概率很小时 (即 Q_A, Q_B, Q_C, Q_D 很小, ≤ 0.1) , 因为预测值有:

$$R_S = R_A R_B R_C R_D$$

$$\begin{aligned} \therefore 1 - Q_S &= (1 - Q_A)(1 - Q_B)(1 - Q_C)(1 - Q_D) \\ &= 1 - Q_A - Q_B - Q_C - Q_D \\ &\quad + Q_A Q_B + Q_A Q_C + Q_A Q_D + Q_B Q_C + Q_B Q_D + Q_C Q_D \\ &\quad - Q_A Q_B Q_C - Q_A Q_B Q_D - Q_A Q_C Q_D - Q_B Q_C Q_D \\ &\quad + Q_A Q_B Q_C Q_D \end{aligned}$$

$\because Q_A、Q_B、Q_C、Q_D$ 很小，则两个或两个以上其值的乘积可忽略不计，可有：

$$1 - Q_s = 1 - Q_A - Q_B - Q_C - Q_D$$

$$\therefore Q_s = Q_A + Q_B + Q_C + Q_D$$

因是预测值，加上脚标注明得：

$$Q_{s\text{预测}} = Q_{A\text{预测}} + Q_{B\text{预测}} + Q_{C\text{预测}} + Q_{D\text{预测}}$$

等式两边同时乘以 $\frac{Q_{s\text{要求}}}{Q_{s\text{预测}}}$

$$Q_{s\text{要求}} = Q_{A\text{预测}} \frac{Q_{s\text{要求}}}{Q_{s\text{预测}}} + Q_{B\text{预测}} \frac{Q_{s\text{要求}}}{Q_{s\text{预测}}} + Q_{C\text{预测}} \frac{Q_{s\text{要求}}}{Q_{s\text{预测}}} + Q_{D\text{预测}} \frac{Q_{s\text{要求}}}{Q_{s\text{预测}}}$$

$$Q_{s\text{要求}} = Q_{A\text{预}} \frac{Q_{s\text{求}}}{Q_{s\text{预}}} + Q_{B\text{预}} \frac{Q_{s\text{求}}}{Q_{s\text{预}}} + Q_{C\text{预}} \frac{Q_{s\text{求}}}{Q_{s\text{预}}} + Q_{D\text{预}} \frac{Q_{s\text{求}}}{Q_{s\text{预}}}$$

$$= Q_{A\text{分配}} + Q_{B\text{分配}} + Q_{C\text{分配}} + Q_{D\text{分配}}$$

∴ 单元分配失效概率 =

$$\text{单元预测失效概率} \times \frac{\text{要求系统失效概率}}{\text{预测系统失效概率}}$$

例 3-2 四部件串联系统，要求系统可靠度 $R_{s求}$ 为 0.9，各部件可靠性 $R_{A预} = 0.96$ ， $R_{B预} = 0.92$ ， $R_{C预} = 0.98$ ， $R_{D预} = 0.94$ 。请给各部件分配可靠度。

(1) 判断是否需要重新分配

解：

$$\begin{aligned} R_{S预} &= R_{A预} R_{B预} R_{C预} R_{D预} \\ &= 0.96 \times 0.92 \times 0.98 \times 0.94 \\ &= 0.8 \end{aligned}$$

由于 $R_{S预} < R_{S求} = 0.9$ 故需重新分配。

(2) 求 $R_{i\text{分配}}$

$$\because Q_{s\text{预}} = 1 - R_{s\text{预}} = 1 - 0.8 = 0.2$$

$$Q_{s\text{求}} = 1 - R_{s\text{求}} = 1 - 0.9 = 0.1$$

$$Q_{A\text{预}} = 1 - R_{A\text{预}} = 1 - 0.96 = 0.04$$

$$Q_{B\text{预}} = 1 - R_{B\text{预}} = 1 - 0.92 = 0.08$$

$$Q_{C\text{预}} = 1 - R_{C\text{预}} = 1 - 0.98 = 0.02$$

$$Q_{D\text{预}} = 1 - R_{D\text{预}} = 1 - 0.94 = 0.06$$

$$\therefore Q_{A\text{分配}} = Q_{A\text{预}} \times \frac{Q_{s\text{求}}}{Q_{s\text{预}}} = 0.04 \times \frac{0.1}{0.2} = 0.02$$

$$Q_{B\text{分配}} = Q_{B\text{预}} \times \frac{Q_{s\text{求}}}{Q_{s\text{预}}} = 0.08 \times \frac{0.1}{0.2} = 0.04$$

$$Q_{C\text{分配}} = 0.02 \times \frac{0.1}{0.2} = 0.01$$

$$Q_{D\text{分配}} = 0.06 \times \frac{0.1}{0.2} = 0.03$$

$$\therefore R_{A\text{分配}} = 1 - Q_{A\text{分配}} = 1 - 0.02 = 0.98$$

$$R_{B\text{分配}} = 1 - 0.04 = 0.96$$

$$R_{C\text{分配}} = 1 - 0.01 = 0.99$$

$$R_{D\text{分配}} = 1 - 0.03 = 0.97$$

(3) 检 验

$$\begin{aligned} R_S &= R_{A\text{分配}} R_{B\text{分配}} R_{C\text{分配}} R_{D\text{分配}} \\ &= 0.98 \times 0.96 \times 0.99 \times 0.97 \\ &= 0.903 > R_{S\text{求}} = 0.9 \end{aligned}$$

∴ 分配为合格,

(2) 当各单元失效概率很大时，（因 Q_i 很大，二次或二次乘积不能省略）。

我们仅讨论单元的寿命分布是**指数分布**的情况。

我们仍以4个单元的串联系统为例。

由於串联系统预测有：

$$R_s = R_A R_B R_C R_D$$

$$\begin{aligned} e^{-\lambda_{st}} &= e^{-\lambda_{At}} e^{-\lambda_{Bt}} e^{-\lambda_{ct}} e^{-\lambda_{Dt}} \\ &= e^{-(\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C + \lambda_D)t} \end{aligned}$$

因为系统和单元的工作时间相同，所以：

$$\lambda_S = \lambda_A + \lambda_B + \lambda_C + \lambda_D$$

因是预测值，故需用脚标标明。

则系统失效率为：

$$\lambda_{s\text{预}} = \lambda_{A\text{预}} + \lambda_{B\text{预}} + \lambda_{C\text{预}} + \lambda_{D\text{预}}$$

等式两边同乘 $\frac{\lambda_{s\text{要求}}}{\lambda_{s\text{预}}}$ ，同样得出各单元失效率分别为：

$$\lambda_{A\text{分配}} = \lambda_{A\text{预测}} \frac{\lambda_{s\text{求}}}{\lambda_{s\text{预}}}$$



$$\lambda_{B\text{分配}} = \lambda_{B\text{预}} \frac{\lambda_{s\text{求}}}{\lambda_{s\text{预}}}$$

$$\lambda_{C\text{分配}} = \lambda_{C\text{预}} \frac{\lambda_{s\text{求}}}{\lambda_{s\text{预}}}$$

$$\lambda_{D\text{分配}} = \lambda_{D\text{预}} \frac{\lambda_{s\text{求}}}{\lambda_{s\text{预}}}$$

这种情况应给出系统的工作时间 t ，只有 t 值确定才能根据：

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad \text{即} \quad \lambda = -\frac{\ln R(t)}{t}$$

进行 R 和 λ 的转化。

这样才能根据：

$$(1) \quad R_{i\text{预测}} \rightarrow \lambda_{i\text{预测}} \rightarrow \lambda_{s\text{预测}} ;$$

$$(2) \quad R_{s\text{求}} \rightarrow \lambda_{s\text{求}} ;$$

$$(3) \quad \lambda_{i\text{分配}} = \lambda_{i\text{预测}} \frac{\lambda_{s\text{求}}}{\lambda_{s\text{预测}}} ;$$

$$(4) \quad \lambda_{i\text{分配}} \rightarrow R_{i\text{预测}} \circ$$

例3-3 如在上例中 $Q \leq 0.1$ 不够小，则可用此法分配。框图见下图(同上例)，4个部件均为指数分布。其 $R_{S求}(1000) = 0.9$ ，各部件可靠性预测分别为：

$$R_{A预}(1000) = 0.96,$$

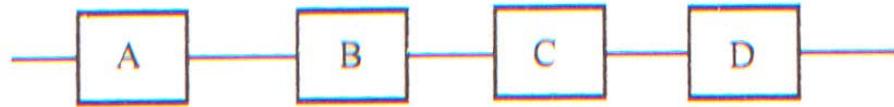


图 3—3 例 3-2 系统的可靠性逻辑框图

$$R_{B预}(1000) = 0.92,$$

$$R_{C预}(1000) = 0.98, \quad R_{D预}(1000) = 0.94$$

求各部件分配的可靠性： $R_{A求}(1000)$ ，

$$R_{B求}(1000), \quad R_{C求}(1000), \quad R_{D求}(1000),$$

解：(1) 求 $\lambda_{S\text{求}}$, $\lambda_{S\text{预}}$

$$\lambda_{S\text{求}} = -\frac{\ln R_{S\text{求}}(1000)}{1000} = \frac{-\ln 0.9}{1000} = 1.05 \times 10^{-4}$$

$$\lambda_{S\text{预}} = \lambda_{A\text{预}} + \lambda_{B\text{预}} + \lambda_{C\text{预}} + \lambda_{D\text{预}}$$

$$\lambda_{A\text{预}} = -\frac{\ln R_{A\text{预}}(1000)}{1000} = \frac{-\ln 0.96}{1000} = 4.08 \times 10^{-5}$$

$$\lambda_{B\text{预}} = -\frac{\ln R_{B\text{预}}(1000)}{1000} = \frac{-\ln 0.92}{1000} = 8.34 \times 10^{-5}$$

$$\lambda_{C\text{预}} = -\frac{\ln R_{C\text{预}}(1000)}{1000} = \frac{-\ln 0.98}{1000} = 2.02 \times 10^{-5}$$

$$\lambda_{D\text{预}} = -\frac{\ln R_{D\text{预}}(1000)}{1000} = \frac{-\ln 0.94}{1000} = 6.19 \times 10^{-5}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{S\text{预}} &= \lambda_{A\text{预}} + \lambda_{B\text{预}} + \lambda_{C\text{预}} + \lambda_{D\text{预}} \\ &= (4.08 + 8.34 + 2.02 + 6.19) \times 10^{-5} \\ &= 20.63 \times 10^{-5}\end{aligned}$$

(2) 求 $\lambda_{i\text{分配}}$

$$\begin{aligned}\lambda_{A\text{分配}} &= \lambda_{A\text{预}} \times \frac{\lambda_{S\text{求}}}{\lambda_{S\text{预}}} = 4.08 \times 10^{-5} \times \frac{1.05 \times 10^{-4}}{20.63 \times 10^{-5}} \\ &= 2.08 \times 10^{-5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{B\text{分配}} &= \lambda_{B\text{预}} \times \frac{\lambda_{S\text{求}}}{\lambda_{S\text{预}}} = 8.34 \times 10^{-5} \times 0.509 \\ &= 4.24 \times 10^{-5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{C\text{分配}} &= \lambda_{C\text{预}} \times \frac{\lambda_{S\text{求}}}{\lambda_{S\text{预}}} = 2.02 \times 10^{-5} \times 0.509 \\ &= 1.28 \times 10^{-5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{D\text{分配}} &= \lambda_{D\text{预}} \times \frac{\lambda_{S\text{求}}}{\lambda_{S\text{预}}} = 6.19 \times 10^{-5} \times 0.509 \\ &= 3.15 \times 10^{-5}\end{aligned}$$

(3) 求 $R_{i\text{分配}}(1000)$

$$\begin{aligned}R_{A\text{分配}}(1000) &= e^{-\lambda_{A\text{分配}} \times 1000} = e^{-2.08 \times 10^{-5} \times 1000} \\ &= 0.9794\end{aligned}$$

$$R_{B\text{分配}}(1000) = e^{-\lambda_{B\text{分配}} \times 1000} = e^{-4.24 \times 10^{-5} \times 1000} \\ = 0.9585$$

$$R_{C\text{分配}}(1000) = e^{-\lambda_{C\text{分配}} \times 1000} = e^{-1.28 \times 10^{-5} \times 1000} \\ = 0.9873$$

$$R_{D\text{分配}}(1000) = e^{-\lambda_{D\text{分配}} \times 1000} = e^{-3.15 \times 10^{-5} \times 1000} \\ = 0.9690$$

(4) 检验

$$R_S = R_{A\text{分配}} R_{B\text{分配}} R_{C\text{分配}} R_{D\text{分配}} \\ = 0.9794 \times 0.9585 \times 0.9873 \times 0.9690 \\ = 0.8977 \approx R_{S\text{求}} = 0.9 \quad \text{基本符合要求。}$$

2. 串并联系统的可靠性分配

以例3-7来说明串并联系统的可靠性分配方法。

例 3-7 已知某系统有五个单元组成（见图3-5），各单元 $R_{A预} = R_{B预} = R_{C预} = R_{D预} = R_{E预} = 0.9$ ， $R_{S求} = 0.98$

进行A、B、C、D、E单元的可靠性分配。

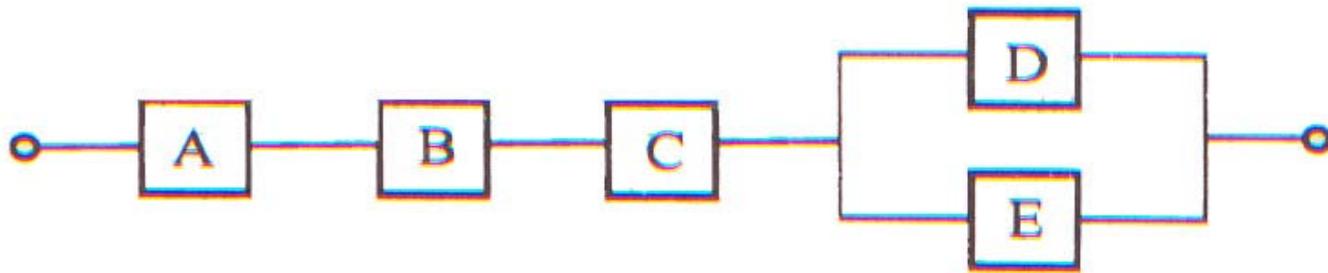


图 3—5 例 3-7 系统可靠性逻辑框图

解：(1) 可将 D、E 看作一个单元 u ，且算出：

$$\begin{aligned} R_{u\text{预}} &= 1 - (1 - R_{D\text{预}}) \times (1 - R_{E\text{预}}) \\ &= 1 - (1 - 0.9) \times (1 - 0.9) \\ &= 0.99 \end{aligned}$$

(2) 求 $R_{S\text{预}}$

$$\begin{aligned} R_{S\text{预}} &= R_{A\text{预}} R_{B\text{预}} R_{C\text{预}} R_{u\text{预}} \\ &= 0.99 \times 0.99 \times 0.99 \times 0.99 \\ &= 0.96 \end{aligned}$$

(3) 用串联系统的可靠性分配得：

∵ 各单元失效概率很小，则有：

$$\begin{aligned} Q_{A\text{分配}} &= Q_{A\text{预}} \times \frac{Q_{s\text{求}}}{Q_{s\text{预}}} = (1 - R_{A\text{预}}) \times \frac{1 - R_{s\text{求}}}{1 - R_{s\text{预}}} \\ &= (1 - 0.99) \times \frac{1 - 0.98}{1 - 0.96} = 0.01 \times \frac{1}{2} = 0.005 \end{aligned}$$

$$Q_{B\text{分配}} = Q_{C\text{分配}} = Q_{u\text{分配}} = 0.005$$

$$\therefore Q_{u\text{分配}} = Q_{D\text{分配}} Q_{E\text{分配}} = 0.005$$

$$\therefore Q_{D\text{分配}} = Q_{E\text{分配}} = \sqrt{0.005} = 0.0707$$

∴各单元可靠性分配如下：

$$\begin{aligned}R_{A\text{分配}} &= R_{B\text{分配}} = R_{C\text{分配}} \\ &= 1 - Q_{A\text{分配}} \\ &= 1 - 0.005 \\ &= 0.995\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}R_{D\text{分配}} &= R_{E\text{分配}} = 1 - Q_{D\text{分配}} \\ &= 1 - 0.0707 \\ &= 0.9293\end{aligned}$$

三、可靠性分配的其他方法

1. 等分配法——用于一些特殊情况
2. 代数分配法——AGREE法

代数分配法是美国电子设备可靠性顾问团（AGREE）提出的，它综合考虑了复杂性（各分系统的元件数）和重要性（各分系统的权重，即加权系数）。

习题三 答案

1. (1) 判断 $R_{S\text{预}} = R_{A\text{预}} R_{B\text{预}} R_{C\text{预}} R_{D\text{预}}$
 $\approx 0.8136 < R_{S\text{求}} = 0.9$

(2) 分配 $R_{A\text{分配}} = 0.98$, $R_{B\text{分配}} = 0.96$,
 $R_{C\text{分配}} = 0.99$, $R_{D\text{分配}} = 0.97$.

(3) 检验 $R_{S\text{分配}} = 0.903 \geq R_{S\text{求}} = 0.9$

2. (1) 判断 $R_{S\text{预}}(1000) = 0.316 < R_{S\text{求}} = 0.7$

(2) 分配 $R_{A\text{分配}}(1000) = 0.9916$,

$$R_{B\text{分配}}(1000) = 0.9899 \text{ ,}$$

$$R_{C\text{分配}}(1000) = 0.9923 \text{ ,}$$

$$R_{D\text{分配}}(1000) = 0.9907 \text{ .}$$

(3) 检验

$$R_{S\text{分配}}(1000) = 0.70005 \geq R_{S\text{求}} = 0.7$$

$$3. \quad \lambda_{\text{设备}} = 4.68 \times 10^{-3} \text{ h}^{-1}$$

$$R_{S\text{设备}}(50) = 0.791$$

$$\text{MTBF} = \frac{1}{\lambda_{\text{设备}}} = 213.68 \text{ h}$$

$$4. (1) \quad R_{\text{上限}}^{(2)} = R_{\text{上限}}^{(1)} - Q_{\text{上限}}^{(2)}$$

$$= R_A - R_{A \rightarrow B \rightarrow D} - R_{A \rightarrow C \rightarrow E}$$

$$= 0.8460$$

$$\begin{aligned}(2) \quad R_{\text{下限}}^{(3)} &= R_{\text{下限}}^{(1)} + \Delta R_{\text{下限}}^{(1)} + \Delta R_{\text{下限}}^{(2)} \\ &= 0.2913 + 0.3733 + 0.1595 \\ &= 0.8241\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad R_S &= 1 - \sqrt{(1 - R_{\text{上限}}^{(2)})(1 - R_{\text{下限}}^{(3)})} \\ &= 0.8354\end{aligned}$$



中国可靠性网

<http://www.kekaoxing.com>

感谢 [kingdoodoo](#) 分享