第 二 章 系 统 可 靠 性 模 型

内 容 提 要

§2—8 一般网络的可靠性模型

一、结构函数
- 1.结构函数的有关基本概念
- 2. 用最小路集表示所研究系统的可靠的结构函数 $\Phi(X)$
- 3. 用最小割集表示所研究系统可靠的结构函数 $\Phi(X)$

二、求一般网络系统的可靠性模型
- 1. 使用状态枚举法（真值表法）
- 2. 使用概率图法
- 3.全概率分解法
- 4. 不交最小路法

习题二 答 案

§2—8 一般网络的可靠性模型

解一般网络的方法：有状态枚举法（真值表法）、概率图法、全概率分解法、不交最小路法、网络拓扑法和Monte-Gareo模拟法。

我们只讲**全概率分解法**和**不交最小路法**。前者主要用于手算，后者用计算机解一般网络系统。

一、结构函数

我们知道从可靠性角度研究部件或系统，它们都是两态的。因此象布尔代数一样，我们希望**用一函数式来表示部件的两态对系统两态的影响**，这个函数式称做**结构函数**。

1.结构函数的有关基本概念

（1）结构函数的含义

若一个系统S由 n个部件组成，x_i表示第 i 个部件的状态：**$x_i = 1$ 表示第 i 个部件成功；**

$x_i = 0$ 表示第 i 个部件失效。

则系统状态可用下述**结构函数**表示：

$$\Phi(X) = \phi(x_1, x_2 \cdots x_n)$$

X 是 n 维向量　　若 $\Phi(X)=1$ 表示系统成功；

若 $\Phi(X)=0$ 表示系统失效。

故称$\Phi(X)$　为系统可靠的结构函数

若 $\psi(X)=\psi(x_1,x_2,\cdots x_n)$

$$\begin{cases} x_i = 1, \text{表示第 } i \text{个部件失效；} \\ x_i = 0, \text{表示第 } i \text{ 个部件成功。} \end{cases}$$

而 $$\begin{cases} \psi(X)=1, \text{表示系统失效；} \\ \psi(X)=0, \text{表示系统成功。} \end{cases}$$

$\psi(X)$ 则称为系统失效（故障）的结构函数。

显然 $\psi(X)=1-\phi(X)$

这里我们仅研究 $\Phi(X)$ 即可。

（2）最小路集和最小割集

路集：

系统中单元状态变量的一种子集，当子集中所有单元工作时系统工作。

最小路集：

当其中任何一个单元失效时,都会引起系统失效的路集称最小路集。可知最小路集是路集中的一种MPS。

最小路集的**阶数**:

最小路集中含单元状态变量的个数。

割集：

系统中单元状态变量的另一种子集，当子集中**所有单元失效时系统必然失效**。

最小割集：

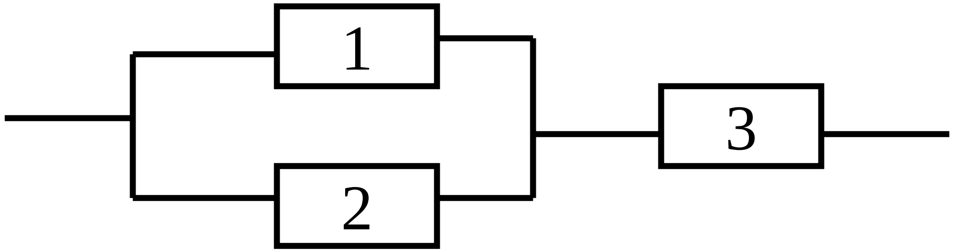
当其中**任何一个单元工作时系统工作的割集称为最小割集**。易见，最小割集是割集中的一种(MCS)。

最小割集的**阶数**：

最小割集中含单元状态变量的**个数**。

下面举例巩固以上概念：

例1某一系统可靠性逻辑框图如下图所示，求其路集、割集，最小路集、最小割集及其阶数 。



图例1图

解：路集和割集共有$2^3=8$个，根据路集、割集，最小路集、最小割集及其阶的定义可知：

其中路集: $\begin{cases} \{1,3\} \\ \{2,3\} \\ \{1,2,3\} \end{cases}$ 最小路集, 为二阶.

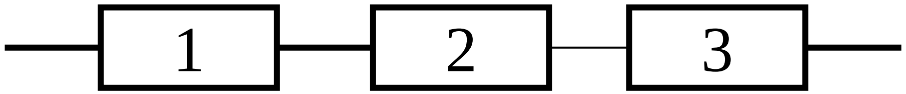
割集：
$$\begin{cases} \{1,3\} \\ \{2,3\} & \text{最小割集，为二阶.} \\ \{1,2\} \\ \{3\} & \text{最小割集，为一阶.} \\ \{1,2,3\} \end{cases}$$

简明判断：可见含有任何子集全部单元的的路集和割集均不是最小路集和割集，

即可用排除法判之。

例2 判断三单元组成串联及并联系统的路集、割集，最小路集，最小割集及其阶数。

解：（1）串联



路集+割 = 2^3 = 8 个。

其中： 路集 {1，2，3} 共1个。

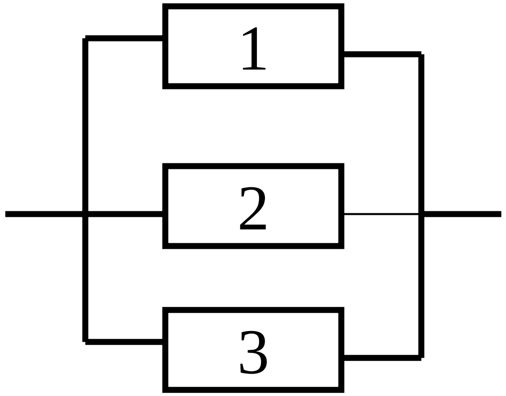
割集 ：{1}、{2}、{3}、{1，2}、{1，3}、{2，3}、{1，2，3}

共**7个**。

其中 {1, 2 , 3} 为最小路集，三阶。

{1}、2}、{3} 为**最小割集**，**一阶**。

（2）并联



路集数+割集数

$= 2^3 = 8$个

路集：｛1｝、｛2｝、｛3｝、｛1, 2｝、｛2, 3｝、｛1, 3｝、｛1, 2, 3｝ 共7个。

割集：｛1,2,3｝ 共1个。

其中：$\{1\}$、$\{2\}$、$\{3\}$ 为最小路集均一阶。

$\{1, 2, 3\}$ 为最小割集为三阶

例 2—6 为一般网络系统的例子，见图2—30所示。

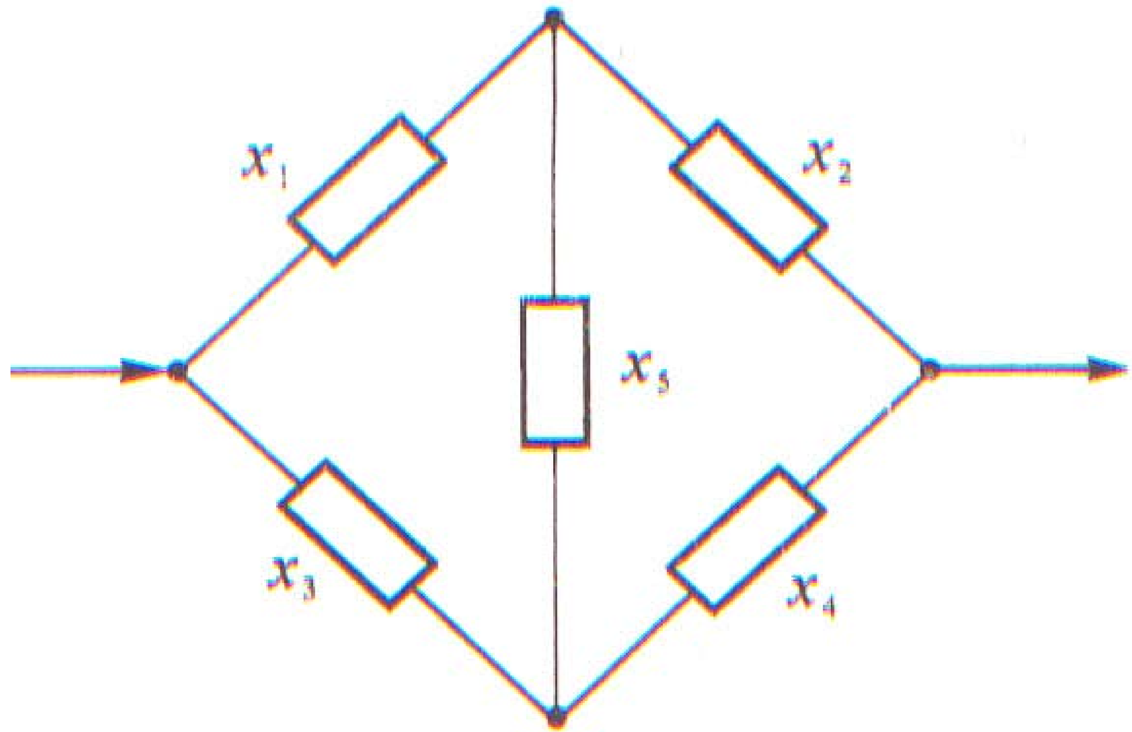


图 2— 30　例 2-6 的系统
可靠性逻辑框图

求：该系统的所有路集，割集，最小路集，最小割集，并指出最小割集的阶数。

解：路集+割集=2^5=32：

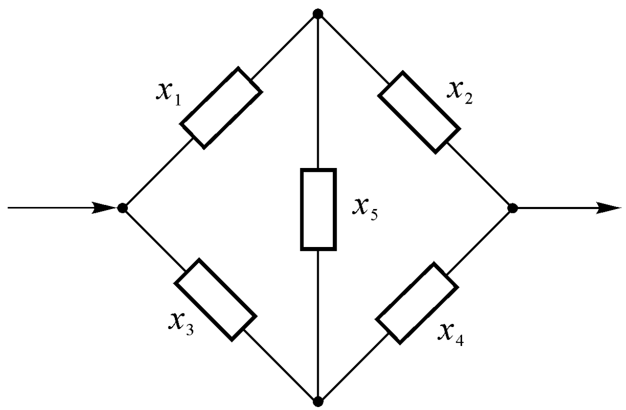


图2-30 例2-6的图

路集：

x_1x_2，x_3x_4；$x_1x_4x_5$，
$x_3x_4x_5$，$x_1x_2x_3$，
$x_1x_2x_5$，$x_1x_2x_4$，
$x_1x_3x_4$，$x_2x_3x_5$，
$x_2x_3x_4$；$x_1x_3x_4x_5$，
$x_1x_2x_3x_4$，$x_1x_2x_3x_5$，
$x_1x_2x_4x_5$，$x_2x_3x_4x_5$；
$x_1x_2x_3x_4x_5$ 共16个。

最小路集：

x_1x_2，x_3x_4(二阶)；
$x_1x_4x_5$，$x_2x_3x_5$ (三阶) 共4个。

割集：

x_1x_3， x_2x_4； $x_1x_4x_5$，
$x_2x_3x_5$， $x_1x_3x_5$，
$x_1x_2x_3$， $x_1x_3x_4$，
$x_1x_2x_4$ ， $x_2x_3x_4$，
$x_2x_4x_5$； $x_1x_3x_4x_5$，
$x_1x_2x_3x_4$， $x_1x_2x_3x_5$，
$x_1x_2x_4x_5$ ， $x_2x_3x_4x_5$ ；
$x_1x_2x_3x_4x_5$ 共16个。

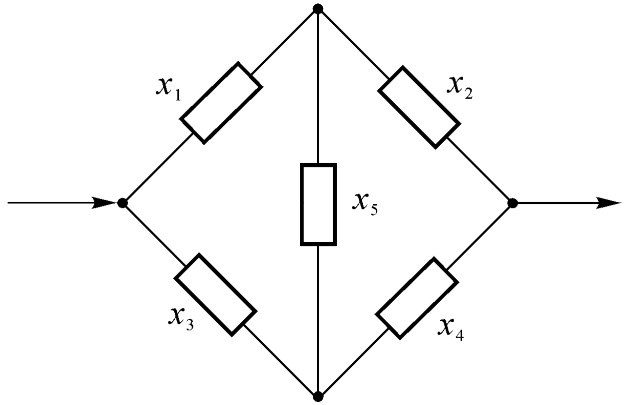


图2-30 例2-6的图

最小割集：

x_1x_3， x_2x_4(二阶)； $x_1x_4x_5$， $x_2x_3x_5$ (三阶)
共4个。

2. 用最小路集表示所研究系统的

可靠的结构函数 $\Phi(X)$

根据结构函数概念有：

$$\phi(X)=\coprod_{j=1}^{p}\rho_j(X)\ ,\ \rho_j(X)=\prod_{j\in\rho_j}x_j \tag{2-40}$$

其中 $\rho_j(X)$ ——最小路集；

p ——被研究系统所含的全部最小路集的总个数；

j ——最小路集的第j 个子集；

x_j——最小路集的第j个单元两态变量。

3. 用最小割集表示所研究系统

可靠的结构函数 $\Phi(X)$

$$\phi(X)=\prod_{j=1}^{k}k_j(X)\quad,k_j(X)=\coprod_{j\in k_k(X)}x_j \qquad (2—41)$$

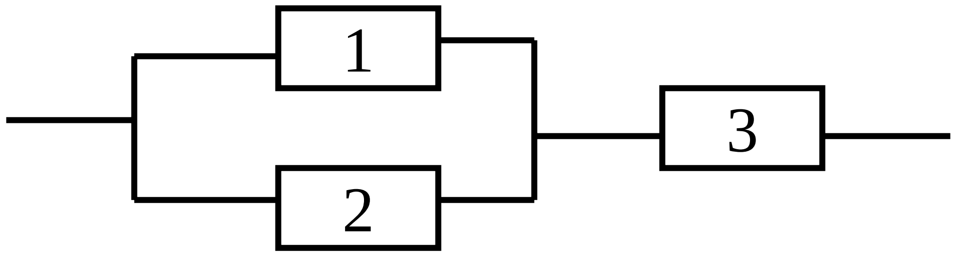
其中：$k_j(X)$ ——最小割集

k ——所研究系统所含最小割集总数；

j ——最小割集的第j个子集；

x_j ——最小割集的第j个单元的两态变量。

例3 用最小路集和最小割集分别写出例1图系统的结构函数 $\Phi(X)$。



图例1图

解：

（1）用最小路集表示，由式(2-40)：

$$\phi(X)=\coprod_{j=1}^{p}\rho_j(X),\ \rho_j(X)=\prod_{j\in\rho_j}x_j$$

$$\Phi(X)=\coprod_{j=1}^{2}\rho_j=\coprod_{j=1}^{2}\Big(\prod_{j\varepsilon j(X)}x_j\Big)$$

$$=x_1x_3\cup x_2x_3=x_1x_3+(x_1x_3)'x_2x_3=x_1x_3+x_1'x_2x_3$$

$$=x_1x_3+(1-x_1)x_2x_3=x_1x_3+x_2x_3-x_1x_2x_3$$

（2）用最小割集表示，由式(2-41)：

$$\Phi(X)=\prod_{j=1}^{2}k_j=\prod_{j=1}^{2}\Big(\coprod_{j\varepsilon k_j(X)}x_j\Big)$$

$$=(x_1\cup x_2)x_3=(x_1+x_1'x_2)x_3$$

$$=x_1x_3+x_1'x_2x_3=x_1x_3+x_2x_3-x_1x_2x_3$$

由此可见，与用最小路集表示其结果一样。

4. 结构函数 $\Phi(X)$ 和其补函数 $\overline{\phi(X)}$，对偶函数$\phi^D(X)$ 的关系

设系统S结构函数为 $\Phi(X)$，则其对偶函数和补函数分别为：

$$\phi^D(X)=1-\phi(1-X) \qquad (2\text{-}42)$$

$$\overline{\phi(X)}=1-\phi(X)=\psi(X) \qquad (2\text{-}43)$$

由式(2-42)和式(2-43)可见：$\Phi(X)$和 $\Phi^D(X)$描述两个互相对偶的不同系统；$\Phi(X)$和 $\overline{\phi(X)}$描述同一系统的工作和失效。

例 2—7 设有两个单元并联系统，见图2—31。

解：图中并联系统的

MPS为x_1，x_2；

MCS 为 $x_1 x_2$。

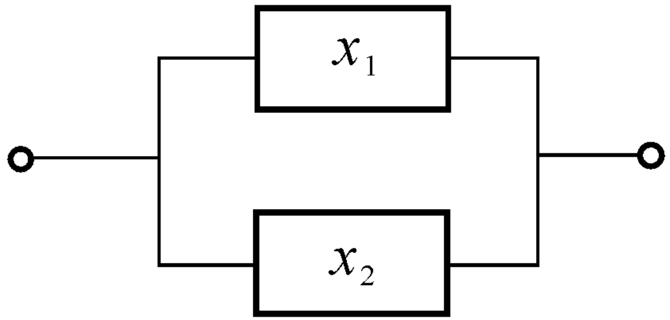


图2-31 例2-7的图

其结构函数：由式(2-40)

$$\phi(X) = x_1 \bigcup x_2 = x_1 + x_1' x_2$$

$$= x_1 + (1 - x_1) x_2 = x_1 + x_2 - x_1 x_2$$

补函数：由式(2-43)

$$\psi(X) = \overline{\phi(X)} = 1 - \phi(X)$$

$$= 1 - x_1 - x_2 + x_1 x_2 = (1 - x_1)(1 - x_2)$$

对偶函数：由式(2-42)

$$\phi^D(X)=1-\phi(1-X)=1-\left[(1-x_1)\bigcup(1-x_2)\right]$$

$$=1-\left[(1-x_1)+(1-x_1)'(1-x_2)\right]$$

$$=x_1x_2$$

或 $$\phi^D(X)=x_1\cap x_2=x_1x_2$$

可见：$\Phi(X)$ 代表该系统（并联系统）成功；

$\overline{\phi(X)}$ 代表该系统失败。

$\phi^D(X)$ 代表另一系统对偶系统即串联系统的成功。

下面我们讲求一般网络可靠性模型的常用方法：

状态扳举法，概率图法，全概率分解法和不交最小路法。为直观起见用**示例讲解。**

二、求一般网络系统的可靠性模型

例 2—8 P38 图2—32为一般网络，

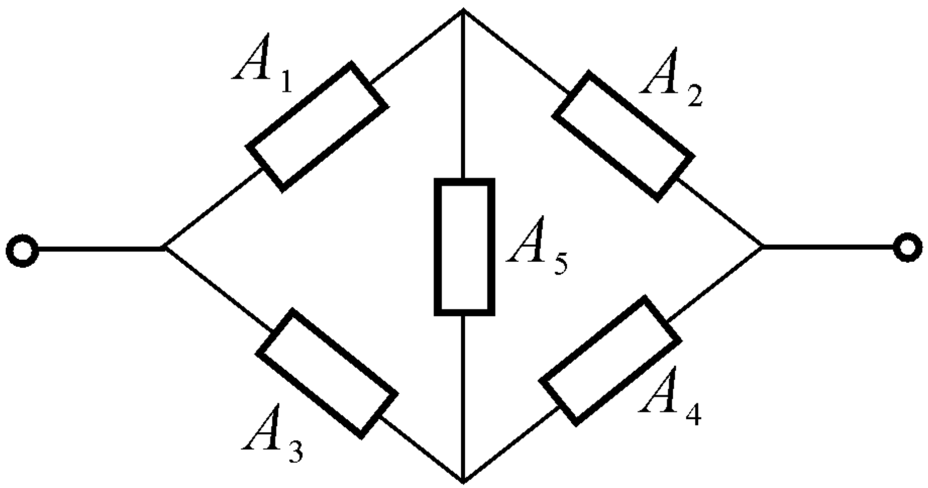


图 2-32 例 2-8 的图

已知 $R_1= 0.8$，$R_2= 0.7$，$R_3= 0.8$，$R_4= 0.7$，

$R_5=0.9$， 求 R_S。

1. 使用状态枚举法（真值表法）

解：

(1) 绘制真值表，并判定系统状态

因系统由5个单元组成，$n = 5$ 每个单元两种状态：0 或 1。故该系统有$2^n= 2^5 =32$ 种状态。

表2—4，其中16种状态为系统正常工作，以 ***S*(*i*)** 表示；

16种状态为系统失效，以***F*(*i*)** 表示。

式中i为路集或割集阶数。

表 2—4　　例 2-8 的布尔真值表

系统状态编号	单元工作状态					系统状态	概率
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5		
1	0	0	0	0	0	F(5)	
2	0	0	0	0	1	F(4)	
3	0	0	0	1	0	F(4)	
4	0	0	0	1	1	F(3)	
5	0	0	1	0	0	F(4)	
6	0	0	1	0	1	F(3)	
7	0	0	1	1	0	S(2)	0.003 36
8	0	0	1	1	1	S(3)	0.030 24
9	0	1	0	0	0	F(4)	
10	0	1	0	0	1	F(3)	
11	0	1	0	1	0	F(3)	
12	0	1	0	1	1	F(2)	
13	0	1	1	0	0	F(3)	
14	0	1	1	0	1	S(3)	0.030 24
15	0	1	1	1	0	S(3)	0.007 84
16	0	1	1	1	1	S(4)	0.070 56
17	1	0	0	0	0	F(4)	

18	1	0	0	0	1	F(3)	
19	1	0	0	1	0	F(3)	
20	1	0	0	1	1	S(3)	0.030 24
21	1	0	1	0	0	F(3)	
22	1	0	1	0	1	F(2)	
23	1	0	1	1	0	S(3)	0.013 44
24	1	0	1	1	1	S(4)	0.120 96
25	1	1	0	0	0	S(2)	0.003 36
26	1	1	0	0	1	S(3)	0.030 24
27	1	1	0	1	0	S(3)	0.007 84
28	1	1	0	1	1	S(4)	0.070 56
29	1	1	1	0	0	S(3)	0.013 44
30	1	1	1	0	1	S(4)	0.120 96
31	1	1	1	1	0	S(4)	0.031 36
32	1	1	1	1	1	S(5)	0.282 24

$$2^{n-1} = 2^4 \quad 2^3 \quad 2^2 \quad 2^1 \quad 2^0$$

注意：

（a）如何绘制真值表，即表2—4，以保证 2^n 种状态不遗漏，不重复。

（b）如何确定各种状态下系统失效还是正常工作？ 有两种方法:

① 判断该状态是路集还是割集：
路集为系统 正常工作$S(i)$；
割集为系统失效$F(i)$。

②实验法，装开关。

（2） 求各种状态的可靠度（放入真值表内）

如选状态8，为系统正常工作，则可靠度为：

$$P(A_1'A_2'A_3A_4A_5)=(1-R_1)(1-R_2)R_3R_4R_5$$

=（1-0.8）（1-0.7)0.8×0.7×0.9

= 0.03024(见表2-4红框中)

算出所有 $S(i)$ 状态的概率（即可靠性）列入表2—4 中。

（3） 求系统可靠度

$$R_s=\sum_{i=1}^{16}R_{s(i)}=0.86688$$

2、使用概率图法

例 2—9 同例2—8 用概率图法求系统可靠度。

解:(1) 画出概率图

A_1A_2 \ $A_3A_4A_5$	000	001	011	010	110	111	101	100
00								
01								
11								
10								

图 2-33 ***n* = 5** 的概率图

注意：

（a） 因表头必用格雷码编列，应知何为格雷码：**相邻组码必有一个码不同**，见图2—33（也可以划成其他形式的）。

（b）表示**系统正常的小方框用1标出**。。

系统正常判定同前：

①判定为路集；

②模拟电路开关实验。

(2) 对各方格进行合并

① 利用以前定理，定律进行合并。

② 各种形式画方格，结论一样。

由图2—32可知，系统由A_1， A_2， A_3，A_4， A_5的5个单元组成，有32个状态。根据图2—33的概率图绘制方法绘制图2—34所示。

A_1A_2 \ $A_3A_4A_5$	000	001	011	010	110	111	101	100
0 0					1	1		
0 1					1	1	1	
1 1	1	1	1	1	1	1	1	1
1 0			1		1	1		

图2-34 例2-9系统的概率图

在图2-34中各方块从左至右进行合并简化，如第一方块（见图中红方块）：

$$A_1A_2A_3'A_4'A_5' + A_1A_2A_3'A_4'A_5 + A_1A_2A_3'A_4A_5$$
$$+ A_1A_2A_3'A_4A_5$$
$$= A_1A_2\left[A_3'A_4'\left(A_5' + A_5\right) + A_3'A_4\left(A_5 + A_5'\right)\right]$$
$$= A_1A_2\left[A_3'\left(A_4' + A_4\right)\right]$$
$$= A_1A_2A_3'$$

同理可得其余4个方块结果为：

$A_1A_2'A_3'A_4A_5$；A_3A_4，

$A_2A_3A_4'A_5$；$A_1A_2A_3A_4'A_5'$。

(3) 求 $\boldsymbol{R_S}$

$$R_s = P \quad \text{（最后简化结果）}$$

$$= P(A_1A_2A_3') + P(A_1A_2'A_3'A_4A_5) + \cdots\cdots$$

$$= R_1R_2(1-R_3) + R_1(1-R_2)(1-R_3)R_4R_5 + \cdots\cdots$$

$$\mathbf{= 0.86688}$$

状态枚举法和概率图法只适用单元数目较小(**一般$n \leqslant 6$**)的情况。

3.全概率分解法

系统的可靠度计算公式为：

$$R_S(t)=R_x(t)R\big(S/R_x(t)\big)+F_x(t)R\big(S/F_x(t)\big) \quad （2—44）$$

式中 $R(S/R_x(t))$ ——单元 A_x 在 t 时正常条件下，系统能正常工作的概率；

$R(S/F_x(t))$ ——单元 A_x 在 t 时失效条件下，系统能正常工作的概率。

例 2—10 同例2—8，用全概率分解法求系统的可靠度。

解：选单元 A_5 为 A_x ，当 A_5 正常工作时，系统简化成如图2—35（a）所示，当 A_5 失效时，系统简化成如图2—35（b）所示。

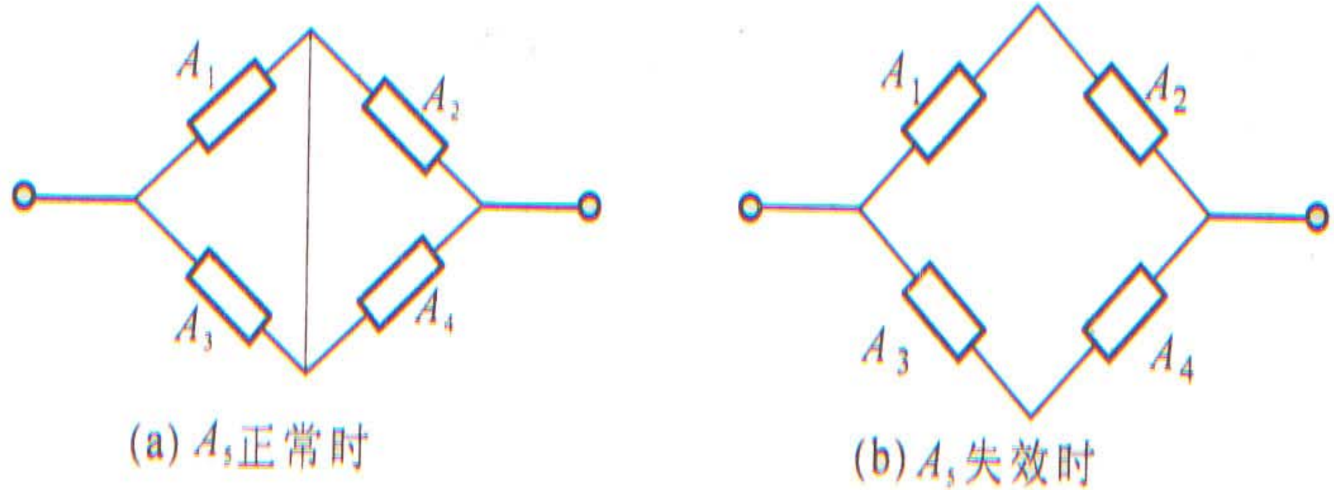


图 2—35 A_5 正常与失效时的系统简化图

因为图2—35（a）是一个**串并联系统**，由式（2-18）可得其可靠度为：

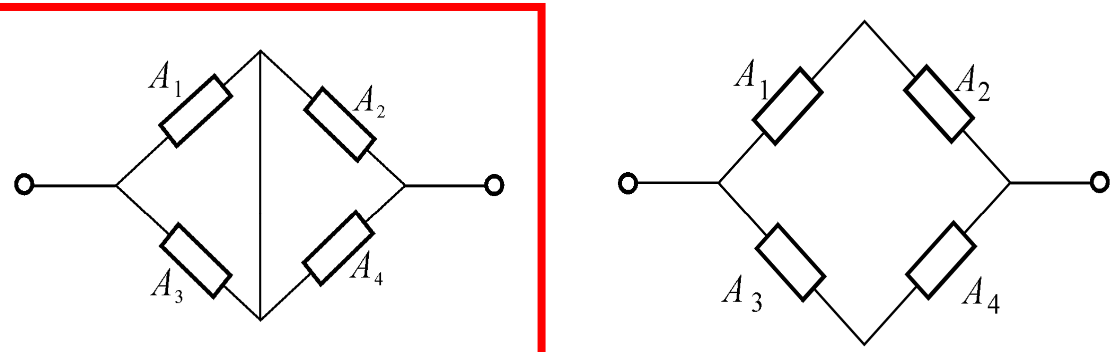


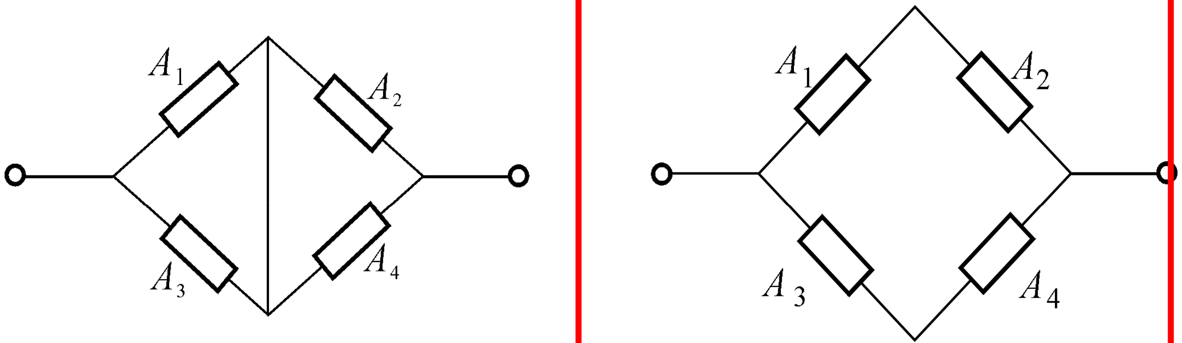
图2-35 (a) A_5正常时 (b) A_5失效时

$$R(S/R_x(t)) = \prod_{i=1}^{n}\left[1-(1-R_i(t))^m\right]$$

$$=\left[1-(1-R_1)(1-R_3)\right]\left[1-(1-R_2)(1-R_4)\right]$$

$$=\left[1-(1-0.8)(1-0.8)\right]\left[1-(1-0.7)(1-0.7)\right]=\boxed{0.8736}$$

因为图2—35（b）是一个**并串联系统**，由式（2−19）可得其可靠度为：



(a) A_5正常时

图2-35 (b) A_5失效时

$$R(S/F_x(t)) = 1 - \left[1 - \prod_{i=1}^{n} R_i(t)\right]^m$$

$$= 1 - (1 - R_1 R_2)(1 - R_3 R_4)$$

$$= 1 - (1 - 0.8 \times 0.7)(1 - 0.8 \times 0.7)$$

$$= 0.8064$$

由于$A_x = A_5$，所以

$$R_x(t) = R_5 = 0.9$$

$$F_x(t) = 1 - R_x(t) = 0.1$$

由式（2—44）得系统可靠度为：

$$R_s = R_x(t)R(S/R_x(t)) + F_x(t)R(S/F_x(t))$$

$$= 0.9 \times 0.8736 + 0.1 \times 0.8064$$

$$= 0.86688$$

4. 不交最小路法

不交最小路法：

(1) **枚举任意网络的所有最小路集:**

$$(\rho_1, \rho_2, \cdots \rho_\rho)$$

(2) 列出系统工作的最小路集表达式。

(3) 利用概率论和布尔代数有关公式求系统的可靠度。

例 2—11 同例2—8，用不交最小路法求系统的可靠度。

解：

（1）枚举系统的全部最小路集

由图2—32可确定该系统有4个最小路集。即：

$$\rho_1 = 12 \quad ,\ \rho_2 = 34 \quad ,$$
$$\rho_3 = 145,\ \rho_4 = 235。$$

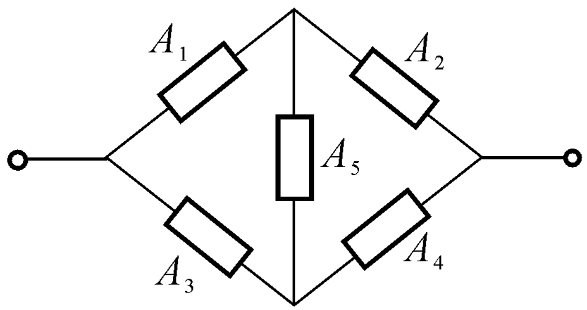


图2-32

（2）列出系统工作的最小路集表达式并进行不交化

系统工作

$$=\rho_1\cup\rho_2\cup\rho_3\cup\rho_4=12\cup34\cup145\cup235$$

$$=12\uplus34\uplus145\uplus235$$

$$=12+(12)'34+(12)'(34)'145+(12)'(34)'(145)'235$$

$$=12+(1'+12')34+2'3'145+1'4'(14)'235$$

$$=12+1'34+12'34+12'3'45+1'4'(1'+14')235$$

$$=12+1'34+12'34+12'3'45+1'234'5$$

（3）求系统的可靠度

$$
\begin{aligned}
R_S &= P(\text{系统工作}) \\
&= P(12+\bar{1}34+1\bar{2}34+1\bar{2}\bar{3}45+\bar{1}23\bar{4}5) \\
&= R_1R_2+(1-R_1)R_3R_4+R_1(1-R_2)R_3R_4+R_1(1-R_2)(1-R_3)R_4R_5+ \\
&\quad (1-R_1)R_2R_3(1-R_4)R_5 \\
&= 0.8\times0.7+(1-0.8)\times0.8\times0.7+0.8\times(1-0.7)\times0.8\times0.7+0.8\times \\
&\quad (1-0.7)(1-0.8)\times0.7\times0.9+(1-0.8)\times0.7\times0.8\times(1-0.7)\times0.9 \\
&= 0.86688
\end{aligned}
$$

由例2—11可以看出，不交最小路法与上述三种方法，即状态枚举法、概率图法和全概率分解法一样，对同一系统的可靠度计算结果完全相同（R_S=0. 86688）。

习题二　答　案

1. 证明：$AB'+C+BC'D+A'C'D$

$$=AB'+C+D$$

$$AB'+C+BC'D+A'C'D$$

$$=AB'+(B+A')C'D+C$$

$$=AB'+(B+A')C'D+C$$

$$=AB'+(AB')'D+C$$

$$=AB'+C+D$$

2. (1) $n = 2$ 并联 $R_S(100) = 0.991$；

(2) $n = 3$ 并联 $R_S(100) = 0.9991$；

(3) 2 /3［G］ $R_S(100) = 0.975$；

MTBF = 833.3 h

3. (1) 并串联： $R_{S1} = R^n(2 - R^n)$

(2) 串并联： $R_{S2} = R^n(2 - R)^n$

(3) 比较 R_{S1}和R_{S2}大小：

由于 $0 < R < 1$ $n > 1$的自然数

当 $R \to 1$ 时 $(2-R^n) \to 1$

$$(2-R)^n \to 1$$

当 $R \to 0$ 时 $(2-R^n) \to 2$

$$(2-R)^n \to \infty$$

可见 $0 < R < 1$ ， n 为 2，3…时

$$(2-R)^n > (2-R^n)$$

$$\mathbf{R_{S2} = R^n(2-R)^n > R_{S1} = R^n(2-R^n)}$$

4. $n = 6, k = 3, \lambda = 40 \times 10^{-6}\,\mathrm{h}^{-1}$。

$$R(t) = \sum_{i=1}^{n} C_n^k e^{-i\lambda t}(1-e^{-\lambda t})^{n-k}$$

$$R(t)=\sum_{i=1}^{n}C_n^k e^{-i\lambda t}(1-e^{-\lambda t})^{n-k}$$

$$=\sum_{i=1}^{6}C_6^3 e^{-0.288i}(1-e^{-0.288})^3=0.7722$$

$$\mathrm{MTBF}=\int_0^\infty R(t)dt=\sum_{i=k}^{n}\frac{1}{i\lambda}=\sum_{i=3}^{6}\frac{1}{i40\times10^{-6}}$$

$$=23740\mathrm{h}$$

5. (1) 每台发动机 $R(t)=e^{-0.5\times10^{-3}t}$

(2)飞机为2 / 3［G］

$$R_S(t)=3e^{-0.001t}-2e^{-0.0015t}$$

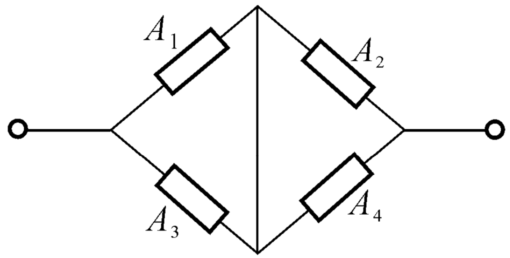
(3) $$R_s(10) = 0.9999$$

$$R_S(100) = 0.9931$$

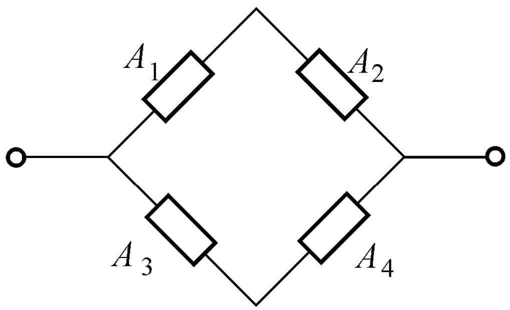
6. $$R_S = 0.965$$

7. (1) 选R_2为***Rx***,当R_2正常时,系统简化图(a);

当R_2失效时,系统简化图(b)。



(a) A_5正常时



(b) A_5失效时

① 图（a)为串并联系统，其可靠性为

$$
\begin{aligned}
R\left[S/R_x(t)\right] &= \left[1-(1-R_1)(1-R_5)\right]\left[1-(1-R_4)(1-R_3)\right] \\
&= \left[1-(1-0.7)(1-0.9)\right]\left[1-(1-0.8)(1-0.8)\right] \\
&= 0.9312
\end{aligned}
$$

② 图（B)为并串联系统，其可靠性为

$$
\begin{aligned}
R\left[S/F_x(t)\right] &= 1-(1-R_1R_4)\,(1-R_5R_3) \\
&= 1-(1-0.7\times 0.8)(1-0.9\times 0.8) \\
&= 0.8768
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
R_S &= R_x(t)R\left[S/R_x(t)\right]+F_x(t)R\left[S/F_x(t)\right] \\
&= 0.7\times 0.9312+0.3\times 0.8768 \\
&= 0.91488
\end{aligned}
$$

(2) 用不交MPS法：①

① 系统有4个MPS— $P_1 = R_1R_4 \qquad P_2 = R_3R_5$

$$P_3 = R_1R_2R_3 \qquad P_4 = R_2R_4R_5$$

② 列出系统工作的MPS表达式并进行不交化

$$系统工作 = P_1 \cup P_2 \cup P_3 \cup P_4$$

$$= 14 \uplus 35 \uplus 123 \uplus 245$$

$$= 14 + (14)'35 + (14)'(35')123$$

$$+ (14)'(35)'(123)'245$$

$$= 14 + (1' + 14')35 + 4'5'123 + 1'3'(13)'245$$

$$= 14 + 1'35 + 14'35 + 4'5'123 + 1'3'245$$

③ 系统可靠度

$$R_S = P(\text{系统工作}) = P(14 + 1'35 + 14'35 + 4'5'123 + 1'3'245)$$

$$= R_1R_4 + (1-R_1)R_3R_5 + R_1(1-R_4)R_3R_5 + (1-R_4)(1-R_5)R_1R_2R_3$$

$$+ (1-R_1)(1-R_3)R_2R_4R_5$$

$$= 0.56 + 0.216 + 0.1008 + 0.00784 + 0.03024$$

$$= 0.91488$$

8. $$R_S = 0.94848$$

9. $$R_S(t) = e^{-(\lambda_1+\lambda_3)t} + e^{-(\lambda_2+\lambda_3)t}$$

$$- e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)t}$$

$$\text{MTBF} = \int_0^\infty R_S(t)dt = 860.9\text{h}$$

10: 二单元冷贮备系统有

$$(1)\quad R(t)=e^{-\lambda_1 t}+R_{SW}\frac{\lambda_1}{\lambda_1-\lambda_2}(e^{-\lambda_2 t}-e^{-\lambda_1 t})$$

当 $\lambda_1=\lambda_2=\lambda$ 时

$$R_S(t)=(1+\lambda t R_{SW})e^{-\lambda t}$$

$$=(1+1.98\times10^{-3})e^{-2\times10^{-3}}=0.99998$$

$$(2)\quad m_S=\frac{1}{\lambda_1}+R_{SW}\frac{1}{\lambda_2}=\frac{1}{\lambda}(1+R_{SW})$$

$$=\frac{1}{2\times10^{-4}}(1+099)=9950(\text{h})$$

11.

$$R_S = (R_3 + R_3R_4 - R_3^2R_4)(R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_4 + R_3R_4$$
$$-R_1R_2R_3 - R_1R_2R_4 - R_1R_3R_4 - R_2R_3R_4 + R_1R_2R_3R_4)$$
$$+(1 - R_3 - R_3R_4 + R_3^2R_4)(R_1R_2 + R_3R_4 - R_1R_2R_3R_4)$$

中国可靠性网

http://www.kekaoxing.com

感谢 kingdodoo 分享