

第七章 机械结构的可靠性设计

(静强度设计)



内 容 提 要

§ 7-1 可 靠 性 设 计 理 论

一、可靠性设计的两个假设

二、可靠性设计的安全系数

可靠性的研究起源于电子设备，因为电子设备比较容易出现故障，但是电子设备发生的故障不一定都会造成后果。

机械结构虽然不容易出现故障，但是也可能发生罕见的故障从而造成灾难性的后果。

例如大型压力贮罐破裂，锅炉爆炸，飞机失事等，如一九八六年元月二十八日美国“挑战者”号航天飞机点火升空73秒后焚毁，机上七名宇航员全部遇难之事。

造成这次悲剧的原因并不是电子设备的故障，而是固体火箭助推器的密封环的可靠性出了问题。

有人可能会认为在进行机械结构设计中使用**安全系数就是已经考虑了产品的可靠性**。这种想法起码**是不全面的**，诚然在设计某一种产品时，当选用材料、加工工艺、使用条件完全相同时，设计选用的安全系数越大该产品的可靠性越高。

但**选用安全系数并不能代替可靠性**设计。因为传统设计使用的安全系数是根据经验确定的某一**常数**。

而仅根据安全系数是不能确定产品的可靠度，因此，即使**安全系数选得很大也不敢保险产品可靠**。

在产品的生产中可能出现**两种现象**：

(1) 由於安全系数选的**过大**，使设计的产品过重，不但浪费材料，还使某些产品如新设计的飞机不能飞行；

(2) 使采同一安全系数的某一**产品上各零件使用寿命的长短相差过大**，因此一旦产品产生故障不论淘汰还是维修都是很不经济的。

另外，如果你需要提供某机械结构的可靠性，你应采集什么信息？

因此，**工程技术人员都应掌握机械结构的可靠性设计方法。**

机械结构不可靠，即**机械结构失效或俗称破坏**，常有以下几种情况：

1. 静强度破坏，
2. 疲劳强度破坏，
3. 刚度破坏，
4. 磨损破坏等。

四种情况各有其可靠性设计理论和方法。

为了便于大家了解可靠性设计的理论和与传统功能设计的区别。

重点介绍机械结构静强度的可靠性设计。

机械结构静强度的可靠性设计既常用又是基础，在了解它的基础上便于学习和掌握其他情况的可靠性设计。

§ 7-1 可靠性设计理论

传统的设计方法,把零部件的工作载荷,以及尺寸、工作环境、材料强度、加工工艺、结构形式等因素都看成是固定不变的。

即把零部件实际承受的载荷 x_l (应力) 和允许承受的应力(强度) x_s 均作为常量。

可用下图表示:



传统的工程设计认为：当 $x_l \leq x_s$ 时,零件能正常工作, 当 $x_l > x_s$ 时,零件工件失效。可靠性设计不这样认为, 它有着一套自己的科学系统的理论。

一、可靠性设计的两个假设

1. 零部件在设计中的应力参数

如载荷、尺寸及工作环境影响等因素，都不是一个常量，而是遵循某一分布规律的**随机变量**。

如图7-1所示为汽车车架承受的载荷**随时间的变化**，而不是常数值。

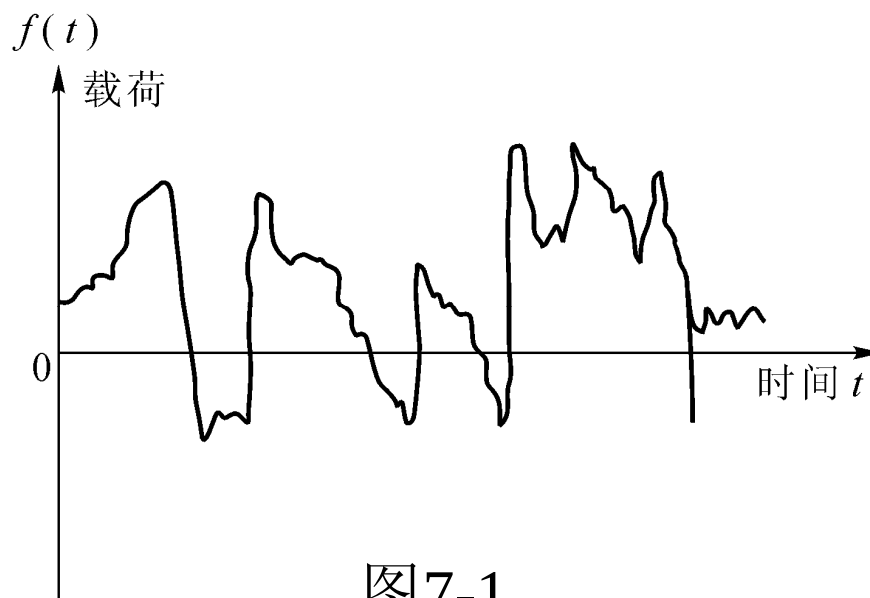


图7-1

如材料的机械性能、加工工艺、工作环境等使应力降低的因素都是**随机变量**，因此，当已知它们的分布时，也可求得合成的失效应力的分布。

若该失效的应力符合正态分布，则失效应力的概率密度函数 $f_1(x_L)$ ，见图7-4所示。其图中 μ_L 为失效应力随机变量 X_L 的均值（理想值或数学期望）。

2. 零部件的强度参数

各种材料的机械性能(强度)也不是一个常数，而是**随机变量**，如图7-2所示。

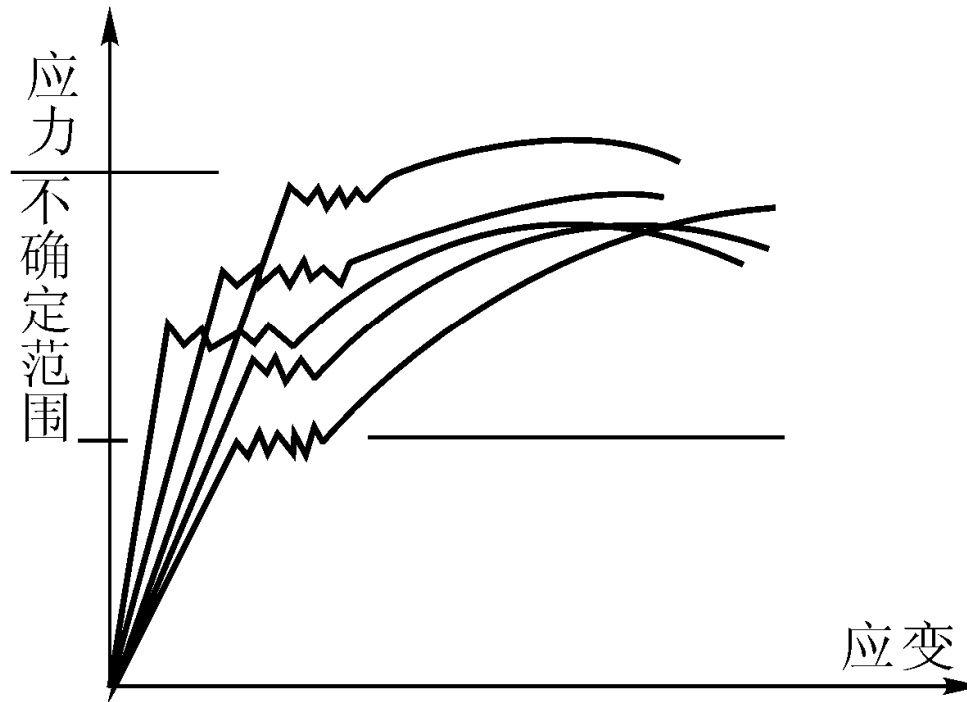


图7-2 应力—应变曲线波动

可见材料的机械性能、加工工艺、工作环境等使强度降低的因素(同应力) **也都是随机变量**，因此当已知它们的分布时，也可求得合成的失效强度的分布。

若该失效的强度符合正态分布，则失效强度的概率密度函数 $f_2(x_s)$ ，见图 7-4所示。其图中 μ_s 为失效强度随机变量 X_s 的均值（理想值或数学期望）。

实际上，在工程中以上各失效应力和失效强度都不是一个理想值，而一组离散的随机变量。

在工程中常见的分布为正态分布，因此，**以上的这两个可靠性设计的假设才是符合实际情况的**，见图7-3。

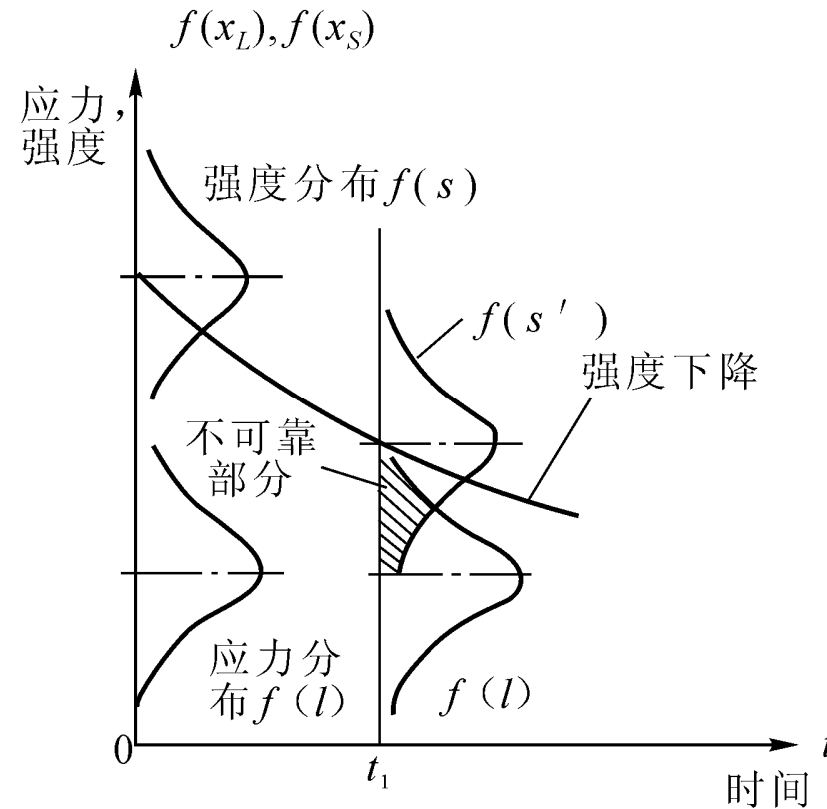
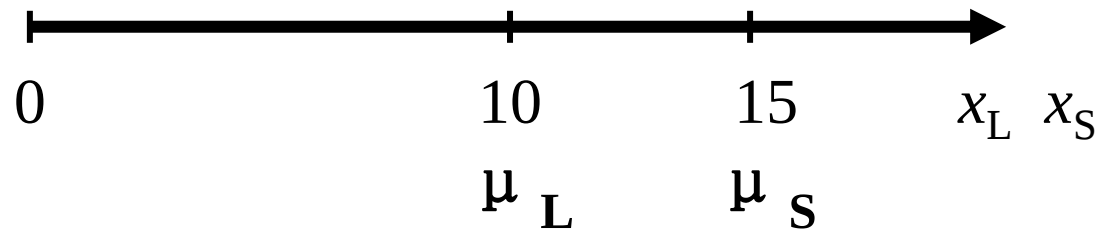


图7-3 结构可靠性的变化

二、可靠性设计的安全系数

传统的设计认为：只要保证加在零件上的失效应力 μ_L 小于或等于其失效强度 μ_S 即保证被设计的零件不失效。

工程中为了保险，在设计中不仅取 $\mu_L < \mu_S$ ，而且还将 μ_L 和 μ_S 之间的距离拉大，即取安全系数 C 。如取 $C = \frac{\mu_S}{\mu_L} = 1.5$ ，则在数轴上不仅使得 μ_S 在 μ_L 的右边，且使它们之间的距离拉大到下图中所示的程度。



但是由于工程中实际存在以上两个假设(应力和强度为随机变量), 因此只考虑拉开合成应力 μ_L 点和合成强度点 μ_S 的距离, 即盲目加大安全系数 C , 也不能保证零部件完全不失效。

如图7-4所示, 反映了安全系数的相同, 但 R 不同的四种情况。

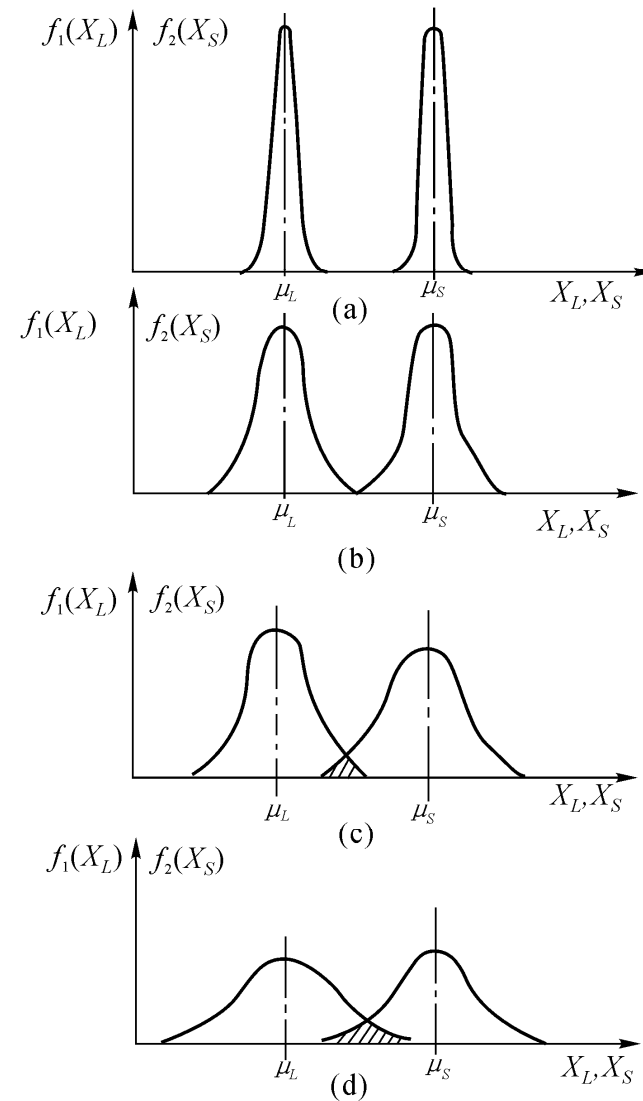


图7-4

由图可见：**图(a)、(b)是安全的**，特别是图(a)安全系数还可以小一些，也可保证零件不失效。

图(b)是安全系数选择地刚使零件不失效的情况；

图(c)、(d)出现一部分零件的失效（其 x_L 、 x_S 落在阴影部分的零件）。

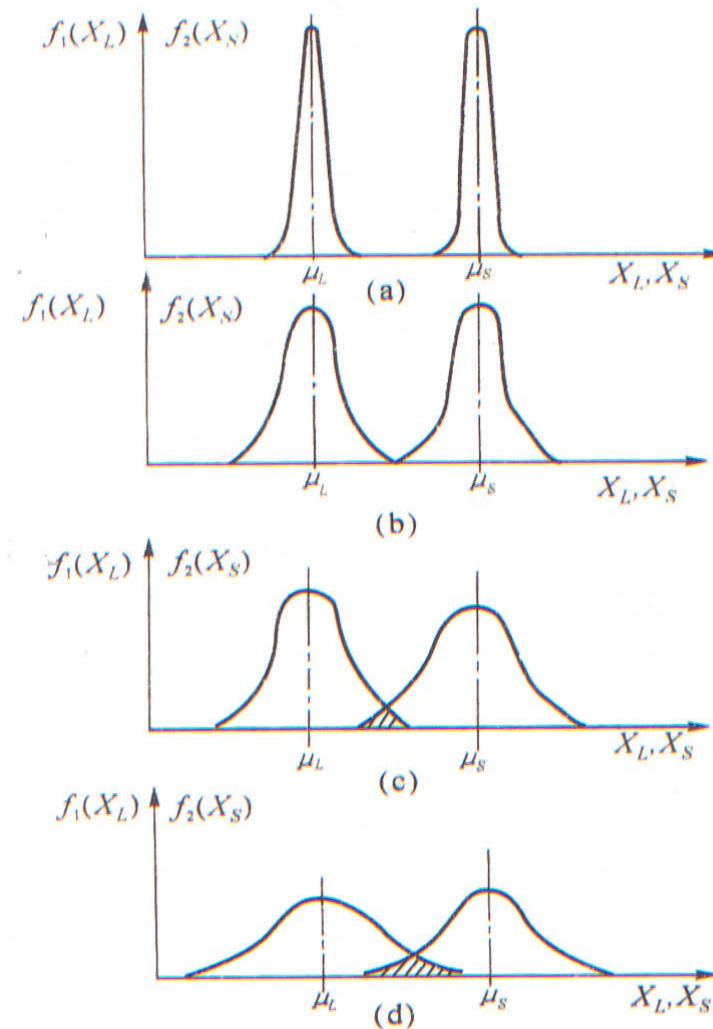


图 7—4 应力和强度分布

因此可见，可靠性设计选择的**安全系数**不仅决定于理想的合成失效**应力** μ_L 和失效**强度** μ_S ，还决定于它们的**离散程度** σ_L 和 σ_S 。

如表7-1中所示，传统的安全系数大的不一定可靠性就高，**如序号8和10**。

表 7-1

安全系数与可靠性						
序号	强度均值 μ_S	应力均值 μ_L	强度标准差 σ_S	应力标准差 σ_L	安全系数 μ_S / μ_L	可靠性 R
1	500	200	20	25	2.5	~1.0
2	500	200	80	30	2.5	0.999 7
3	500	200	100	30	2.5	0.997 9
4	500	200	80	75	2.5	0.996 5
5	500	200	120	60	2.5	0.987
6	250	100	20	25	2.5	0.964
7	250	100	10	15	2.5	0.916 6
8	250	100	250	255	2.5	0.662 8
9	500	100	200	50	5.0	0.973 8
10	500	400	20	25	1.25	0.999 1
11	500	100	50	50	5.0	~1.0

工程设计问题中用安全系数如何根据 μ_S 、 μ_L 、 σ_L 、 σ_S 和允许的正常工作概率计算选择安全系数？则是我们进行可靠性设计需要研究的一个重要问题。

三、应力强度干涉理论和有关的可靠性设计的计算公式

将图7-4中图（c）、（d）的阴影部分放大，见图7-5。

假设失效控制应力为 X_L ，则当失效强度 X_S 大于失效应力时就不会产生破坏（失效）。

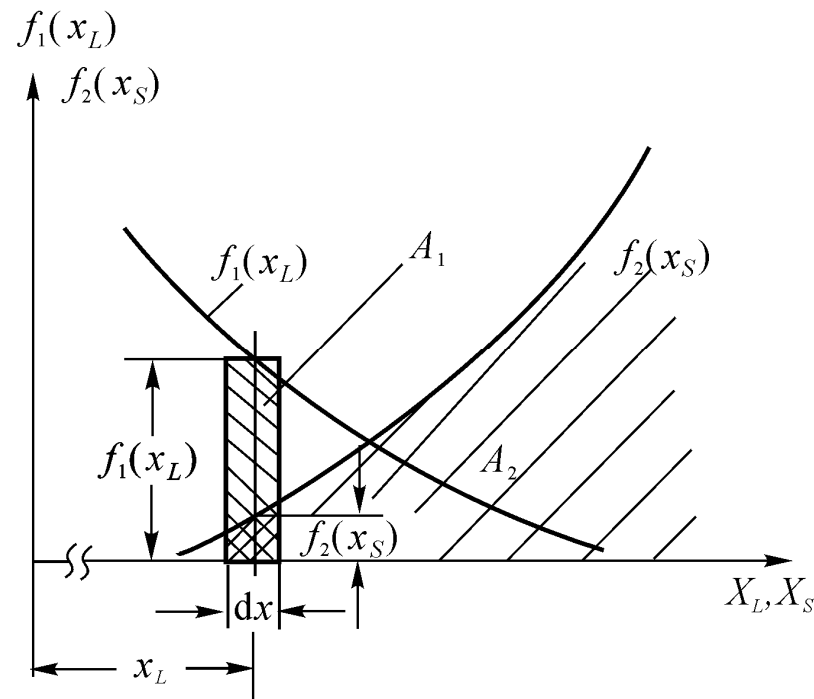


图7-5 应力强度干涉区

可靠度则应是失效强度大于失效应力的概率为：

即

$$R = P(X_S > X_L) \quad (7-1)$$

令给应力 X_L 在一个区间 $\left[X_L - \frac{dx}{2}, X_L + \frac{dx}{2} \right]$ 内取值，根据概率论理论，面积 A_1 表示应力在这区间的概率，即

$$\begin{aligned} & P\left(x_L - \frac{dx}{2} < X_L < x_L + \frac{dx}{2}\right) \\ & = f_1(x_L) = A_1 \end{aligned} \quad (7-2)$$

强度大于 x_L 的概率，以图中的面积 A_2 表示：

$$P(X_S > x_L) = \int_{x_L}^{\infty} f_2(x_S) dx = A_2 \quad (7-3)$$

因为：（1） $(x_L - \frac{dx}{2} < X_L < x_L + \frac{dx}{2})$ 与 $(X_S > x_L)$ 为两个独立事件；



（2）如零部件不发生破坏，这两个事件必须同时发生。

故根据，概率的乘法定理可得

$$P(A \times B) = P(A) \times P(B)$$

(其中 A 、 B 为相互独立事件) 则有应力在区间
 $(x_L - \frac{dx}{2}, x_L + \frac{dx}{2})$ 内的可靠度 dR 。

$$dR = f_1(x_L)dx \int_{x_L}^{\infty} f_2(x_S)dx$$

对于整个应力分布的可靠度 R 为：

$$\begin{aligned} R &= \int_{-\infty}^{+\infty} dR \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x_L) \left[\int_{x_L}^{+\infty} f_2(x_S)dx \right] dx \end{aligned} \quad (7-4)$$

根据积分性质也可写为：

$$\begin{aligned} R &= \int_{-\infty}^{+\infty} dR \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_2(x_S) \left[\int_{x_S}^{+\infty} f_1(x_L) dx \right] dx \end{aligned} \quad (7-5)$$

当函 $f_1(x_L)$ 及 $f_2(x_S)$ 已知时，利用式（7-4）及（7-5）可以计算出机械结构的可靠度性。

设应力 X_L 和强度 X_S 都是正态分布，则其密度函数分别为：

$$f_1(x_L) = \frac{1}{\sigma_L \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_L - \mu_L)^2}{2\sigma_L^2}} \quad (-\infty < x_L < +\infty) \quad (7-6)$$

$$f_2(x_S) = \frac{1}{\sigma_S \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_S - \mu_S)^2}{2\sigma_S^2}} \quad (-\infty < x_S < +\infty) \quad (7-7)$$

式中 μ_L 及 μ_S --- 分别为失效应力及失效强度的均值（分布函数的数学期望）， σ_L, σ_S --- 分别为两者的标准差。

由于可靠性是指随机变量 X_S 大于随机变量 X_L 的概率，如果令 $\Delta = X_S - X_L$ ，则**可靠度为随机变量 $\Delta > 0$ 的概率。**

因为 X_S 和 X_L 都是正态分布的，故此它们的差 **Δ 也是一个正态分布**的随机变量，根据概率论理论 **Δ 的概率密度函数为：**

$$f(\delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\delta} e^{-\frac{(\delta - \mu_\delta)^2}{2\sigma_\delta^2}} \quad (7-8)$$

式 中 ： $\mu_\delta = \mu_S - \mu_L$

$$\sigma_\delta = \sqrt{\sigma_S^2 + \sigma_L^2}$$

于是机械结构可靠性为：

$$\begin{aligned}
 R &= P(X_S > X_L) = P(\Delta > 0) \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\delta} \int_0^{+\infty} e^{-\frac{(\delta-\mu_\delta)^2}{2\sigma_\delta^2}} d\delta
 \end{aligned} \tag{7-9}$$

$$\text{令} \quad u = \frac{\delta - \mu_\delta}{\sigma_\delta}$$

$$\begin{aligned}
 \text{可知： 当} \quad \delta = 0 \quad \text{时} \quad u &= -\frac{\mu_\delta}{\sigma_\delta} \\
 \text{当} \quad \delta = \infty \quad \text{时} \quad , \quad u &= \infty
 \end{aligned}$$

$$\text{且有} \quad d\delta = \sigma_\delta du$$

将上述变量代入式(7-9)得：

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\delta} \int_{-\frac{\mu_\delta}{\sigma_\delta}}^{+\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} \sigma_\delta du \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\mu_\delta}{\sigma_\delta}}^{+\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du \end{aligned}$$

令 $Z = \frac{\mu_\delta}{\sigma_\delta}$ 代入上式，则

$$R = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-Z}^{+\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

由于标准正态分布随机变量的概率密度函数曲线对称于纵坐标轴，由图7-6两图阴影面积相同可知：

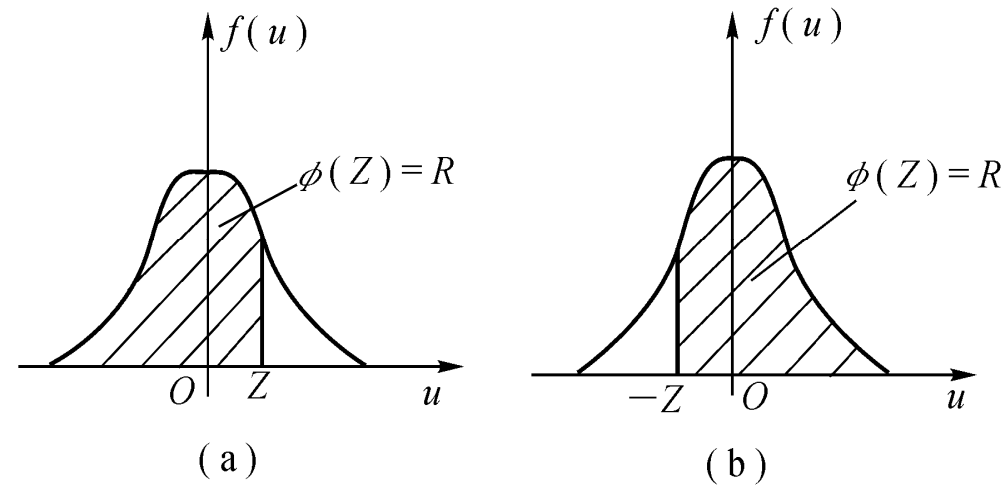


图7-6标准正态分布的对称性

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^Z e^{-\frac{u^2}{2}} du = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-Z}^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

则有：

$$R = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^Z e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad (7-10)$$

式中的积分限Z：

$$Z = \frac{\mu_\delta}{\sigma_\delta} = \frac{\mu_S - \mu_L}{\sqrt{\sigma_S^2 + \sigma_L^2}} \quad (7-11)$$

式（7-11）称为**联结方程**。

以上可见，Z不同零件的可靠度也不同，Z和R的关系表见附表1和附表2。附表1由Z求R，附表2由R求Z。

也可根据由表7-2， 可以根据 Z 求 R ；
也可以由 R 求 Z 。

表 7—2

由 Z 求 R										
Z	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9
3	.9 ₂ 865	.9 ₃ 032	.9 ₃ 313	.9 ₃ 617	.9 ₃ 663	.9 ₃ 767	.9 ₃ 841	.9 ₃ 892	.9 ₄ 277	.9 ₄ 519
4	.9 ₄ 683	.9 ₄ 793	.9 ₄ 867	.9 ₅ 146	.9 ₅ 459	.9 ₅ 660	.9 ₅ 789	.9 ₅ 870	.9 ₆ 207	.9 ₆ 521
5	.9 ₆ 713	.9 ₆ 830	.9 ₇ 004	.9 ₇ 421	.9 ₇ 667	.9 ₇ 810	.9 ₇ 893	.9 ₈ 401	.9 ₈ 668	.9 ₈ 818
6	.9 ₉ 013	.9 ₉ 470	.9 ₉ 718	.9 ₉ 851	.9 ₁₀ 223	.9 ₁₀ 598	.9 ₁₀ 794	.9 ₁₀ 896	.9 ₁₁ 477	.9 ₁₁ 740

由 R 求 Z					
R	Z	R	Z	R	Z
0.5	0	0.995	2.576	0.999 999	4.753
0.9	1.282	0.999	3.091	0.999 999 9	5.199
0.95	1.645	0.999 9	3.719	0.999 999 99	5.612
0.99	2.326	0.999 99	4.265	0.999 999 999	5.997

注：（1） $Z < 5$ 或 $R < 0.999$ 时，查书后附表。
（2）表中小数点后第一个9右下角的数字表示9重复出现的次数。

由式(7-11)清楚地看出：影响可靠度大小的 Z ，不但取决于传统设计的安全系数 μ_L ，同时还取决于 X_L ， X_S 的离散程度 σ_S 与 σ_L 。 Z 称为可靠系数，或称概率安全系数。

公式（7-10）和（7-11）建立了零部件的可靠度和应力、强度的关系，它的推导直接应用于应力强度干涉理论。但是使用它们是有条件的，此时的应力 X_L 和强度 X_S 必须全都符合正态分布。

当 X_L 和 X_S 为其他类型分布时，则应使用公式（7-4），（7-5）逐步推导出有关数学关系式。

例7-1 某发动机的应力、强度为正态分布。
其参数：

$$\mu_L = 24108 \text{N/cm}^2, \sigma_L = 2753.8 \text{N/cm}^2$$

$$\mu_S = 56497 \text{N/cm}^2, \sigma_S = 5507.6 \text{N/cm}^2$$

(1) 求 R ；

(2) 该零件经热处理后的 $\sigma_S = 10339 \text{N/cm}^2$

$R = ?$

解： (1) 求热处理前的 R

由式(7-11)得

$$Z = \frac{\mu_S - \mu_L}{\sqrt{\sigma_S^2 + \sigma_L^2}} = \frac{56497 - 24108}{\sqrt{5507.6^2 + 2753.8^2}} = 5.26$$

由表7-2可得 R : $R = 0.9_7 = 0.9999999$

(2) 求热处理后的 R

由式(7-11)得

$$Z = \frac{\mu_S - \mu_L}{\sqrt{\sigma_S^2 + \sigma_L^2}} = \frac{56497 - 24108}{\sqrt{10339^2 + 2753.8^2}} = 3.03$$

由附表1可得 R : $R = 0.998777$

(3) 结论

当零件热处理后, $R = 0.9999999 \rightarrow$
 0.998777 。由此可见, 当 σ 波动 $\rightarrow R$ 波动。



中国可靠性网

<http://www.kekaoxing.com>

感谢 [kingdoodoo](#) 分享