

文章编号: 1671-0118(2005)06-0361-03

基于累积损伤的随机结构系统刚度可靠性分析

薛志成¹, 白丽丽¹, 赵维涛²

(1. 黑龙江科技学院 建筑工程学院, 哈尔滨 150027; 2. 哈尔滨工程大学 建筑工程学院, 哈尔滨 150001)

摘要: 根据疲劳载荷造成的累积损伤对材料极限应力的影响, 结合材料强度与弹性模量之间的关系, 给出了结构构件在基于累积损伤下的剩余弹性模量的表达式, 并分析了其数字特征。考虑结构的随机性, 在求解可靠性指标时, 采用改进的一次二阶矩法和随机有限元相结合的算法, 以改进的分枝限界法寻找主要失效模式, 以 PNET 法计算结构系统可靠性。算例表明: 结构系统在设计寿命内虽然满足了系统疲劳可靠性的要求, 但随着使用寿命的增加, 结构系统刚度可靠性在下降, 当疲劳载荷循环次数大于 11.08×10^5 时, 结构系统结构刚度可靠性不能满足设计要求。

关键词: 可靠性; 刚度; 累积损伤; 结构系统; 随机有限元

中图分类号: TU311.2

文献标识码: A

Stiffness reliability analysis of stochastic structural system based on cumulative damage

XUE Zhicheng¹, BAI Lili¹, ZHAO Weitao²

(1. School of Civil Engineering, Heilongjiang Institute of Science and Technology, Harbin 150027, China;

2. School of Civil Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: Based on the understanding of passive impact of crack induced by fatigue load on ultimate stress and combining the relation of material strength with elastic modulus, the paper presents the expression of residual elastic modulus with the form of cumulative damage and analyzes its digital character. The reliability index is calculated by using advanced first order second moment reliability method with the stochastic finite element method because the structures are stochastic, the significant failure modes are identified by using the advanced branch and bound method, and the reliability of structural system is evaluated by PNET method. A numerical example shows that the fatigue reliability index of structural system can fulfil the demand of fatigue reliability in the design life, but the stiffness reliability index of structural system descends with the increase of the service life, and the stiffness reliability index fails to fulfil the demand of the design when the service life is over 11.08×10^5 .

Key words: reliability; stiffness; cumulative damage; structural system; stochastic finite element

0 引言

结构系统刚度可靠性的分析方法, 人们已进行了大量的研究。对由疲劳载荷所造成的疲劳累积损伤对结构刚度的影响以及相应结构系统刚度的可靠性分析

方法的研究却鲜见。影响结构系统刚度的因素很多, 但主要与外载、结构元件的弹性模量、尺寸等有关^[1-3]。当综合考虑结构系统强度和疲劳、强度和刚度的可靠性分析时, 文献 4, 5 给出了一些具体的分析方法。事实上, 在疲劳载荷作用下结构系统的刚度是有所下降的^[6], 这必然要影响结构的正常使用要求。例如航空、航天等结构在初始设计时, 结构系统刚度可靠性是满足要求

收稿日期: 2005-10-12

的,但随着服役年限的增加,由于疲劳载荷的作用导致结构系统刚度下降,就有可能出现位移过大而影响结构的正常使用。文中通过累积损伤与材料剩余强度的关系,结合固体力学理论建立起有关材料强度与刚度之间的关系,给出基于疲劳累积损伤下的弹性模量衰减公式,并利用随机有限元法对安全余量进行了敏度分析,提出了基于累积损伤下的结构系统刚度可靠性分析方法。

1 累积损伤与刚度衰减

构件在使用过程中,构件强度是逐渐衰减的,目前,对在不同的情况下构件强度衰减的定量分析论述较少。J. C. Halpin 等基于裂纹扩展提出了构件极限应力衰减模型,该模型只适用于构件中存在的宏观裂纹。并且构件极限应力是由宏观裂纹的扩展所控制的过程。J. N. Yang 等认为极限应力是载荷循环次数的单调递减函数^[7]。欧进萍等通过连续介质力学的方法推导了构件的极限应力与累积损伤度之间的关系^[8],该模型形式简单,便于应用。表达如下:

$$\sigma = \sigma_0 (1 - D)^{\frac{r+1}{r}}, \tag{1}$$

式中: σ ——材料的剩余极限应力, MPa;
 σ_0 ——材料的初始极限应力, MPa;
 D ——累积损伤度;
 r 、——材料参数,对于 45 号钢和 15Mn 钢,均为 0; r 分别为 13.96 和 10.51。

一般情况下 m 的变异性较小,分析时常将 m 视为确定值而将 A 作为随机变量处理。这样,结构的疲劳损伤度为

$$D = \sum_{i=1}^k \frac{n_i S_i^m}{A} = \frac{n}{A} \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{n} S_i^m = \frac{n S_e^m}{A}, \tag{2}$$

式中: n ——结构应力循环的总次数;
 k ——应力范围水平的级数;
 S_e^m ——结构变幅或随机应力的等效等幅应力变程, $S_e^m = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{n} S_i^m$ 。

一般可以认为 A 和 S_e 均服从对数正态分布,构件疲劳失效时所对应的安全余量为

$$M = 1 - D. \tag{3}$$

相应的构件疲劳可靠性指标可通过改进的一次二阶矩方法求得,有关结构系统疲劳可靠性的理论可参见文献 2,9。

将式 2 代入式 1), 得

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 - \frac{n S_e^m}{A} \right)^{\frac{r+1}{r}}. \tag{4}$$

由固体力学可知,材料弹性模量与材料强度的立方根成线性关系^[6],即

$$E = \eta \sigma^{\frac{1}{3}}, \tag{5}$$

式中: E ——材料弹性模量, MPa;
 η ——比例系数。

将式 4) 代入式 5), 得

$$E = \eta \sigma_0^{\frac{1}{3}} \left(\left(1 - \frac{n S_e^m}{A} \right)^{\frac{r+1}{r}} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\left(1 - \frac{n S_e^m}{A} \right)^{\frac{r+1}{r}} \right)^{\frac{1}{3}} E_0 = \eta E_0, \tag{6}$$

式中: E_0 ——材料的初始弹性模量, MPa, $E_0 = \eta \sigma_0^{\frac{1}{3}}$;
 η ——刚度衰减系数, $\eta = \left(\left(1 - \frac{n S_e^m}{A} \right)^{\frac{r+1}{r}} \right)^{\frac{1}{3}}$ 。

在进行结构系统刚度可靠性分析时,将式 6) 中的 E_0 、 S_e^m 和 A 看成随机变量,那么弹性模量 E 的均值和标准差分别为:

$$\mu_E = \left(\left(1 - \frac{\eta \mu_{S_e^m}}{\mu_A} \right)^{\frac{r+1}{r}} \right)^{\frac{1}{3}} \mu_{E_0}, \tag{7}$$

$$V_E = \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial E_0} V_{E_0} \right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial S_e^m} V_{S_e^m} \right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial A} V_A \right)^2}, \tag{8}$$

式中: μ_X 、 V_X ——变量 X 的均值和标准差,表示各变量在其均值点处取值。

2 随机结构系统刚度可靠性分析

结构系统中某一控制点 i 刚度失效时,相应的安全余量为

$$M = \bar{a}_i - \delta_i, \tag{9}$$

式中: \bar{a}_i ——控制点 i 的允许值, m ;
 δ_i ——控制点 i 的计算位移, m 。

将各单元的截面面积、弹性模量看成随机变量,所以结构具有一定的随机性,因此, δ_i 不能写成显式表达式。在应用改进的一次二阶矩方法和计算模式相关性时都要用到 δ_i 对各变量的偏导数,故应用随机有限元求解。有限元方程为

$$K(X) = p, \tag{10}$$

式中: $K(X)$ ——总体刚阵;
 δ ——节点位移列阵;
 p ——载荷列阵;
 X ——设计变量向量,其中包括弹性模量、截面面积等参数。

式 10) 对设计变量 X_i 求导,有

$$\frac{\partial K}{\partial X_i} \delta + K \frac{\partial \delta}{\partial X_i} = \frac{\partial p}{\partial X_i}, \tag{11}$$

经整理,有

$$\frac{\partial \delta}{\partial X_i} = K^{-1} \left[\frac{\partial p}{\partial X_i} - \frac{\partial K}{\partial X_i} \delta \right]. \tag{12}$$

由式 12) 求出 δ_i 对各变量的偏导数后,便可应用改进的一次二阶矩方法求解可靠性指标和计算模式相关性。

3 算例

平面桁架结构如图1所示。外载荷 p_1 为等幅疲劳载荷, 幅值为 0.5×10^6 N, p_2 为静力载荷, 服从正态分布, 其均值和变异系数分别为 3.5×10^6 N 和 0.2。各杆截面面积的均值分别为 $\mu_{A_1} = 0.03 \text{ m}^2$, $\mu_{A_{356}} = 0.02 \text{ m}^2$, $\mu_{A_{8910}} = 0.01 \text{ m}^2$, 变异系数均为 0.1。弹性模量的均值和变异系数分别为 2.06×10^6 MPa 和 0.2。该结构系统疲劳设计寿命为 1.5×10^6 次循环。各节点在水平和竖直方向上的允许位移均为 0.004 m, 要求结构系统在设计寿命内的疲劳可靠性指标不低于 3.5, 并要求结构系统刚度可靠性指标也不低于 3.5。试对该结构在设计寿命内的刚度进行可靠性分析。

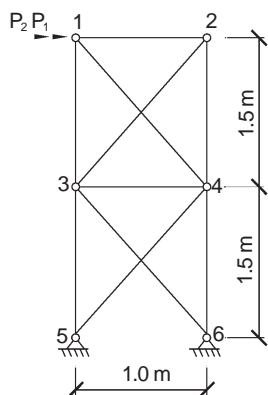


图1 平面桁架结构

Fig. 1 Plane truss structures

应用文献[2]的方法求得该结构系统在设计寿命内的疲劳可靠性指标为 3.883, 满足设计要求。应用文中的方法算得该结构系统刚度可靠性指标 β 与疲劳载荷循环次数 n 的变化如图2所示。由此可知, 当疲劳载

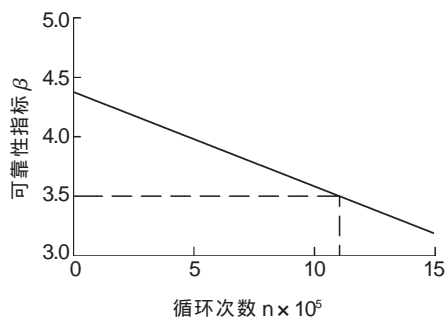


图2 可靠性指标随循环次数的变化

Fig. 2 Reliability index versus circle times

荷循环次数 n 大于 11.08×10^6 时, 结构系统刚度可靠性指标小于 3.5, 即大约在三分之一的寿命内。

4 结论

(1) 从算例可以看出, 结构系统在设计寿命内虽然满足了系统疲劳可靠性和初始使用时的刚度可靠性要求, 但当疲劳载荷循环次数较大时, 结构系统刚度可靠性指标不能满足要求, 因此, 在结构系统刚度可靠性分析时, 有必要考虑累积损伤对结构刚度的影响。

(2) 给出的基于累积损伤下的弹性模量衰减公式形式简单, 便于应用。文中还将弹性模量看成随机量, 利用随机有限元和改进的一次二阶矩方法求解可靠性指标, 给出了在累积损伤下的结构系统刚度可靠性分析方法, 为设计人员进行设计和分析提供理论依据。

参考文献:

- [1] 吕震宙, 冯元生. 结构刚度可靠性分析方法[J]. 航空学报, 1994, 15(8): 910-916.
- [2] 董 聪. 现代结构系统可靠性理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2001.
- [3] 安伟光, 赵维涛, 严心池. 不完整结构系统刚度可靠性分析[J]. 宇航学报, 2004, 25(5): 587-590.
- [4] 赵维涛, 安伟光, 严心池. 结构系统同时考虑强度和疲劳的可靠性分析[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2004, 25(5): 614-617.
- [5] 安伟光, 赵维涛, 严心池. 不完整结构系统同时考虑强度和刚度的可靠性分析[J]. 工程力学, 2005, 22(4): 58-62.
- [6] 李桂青, 李秋胜. 工程结构时变可靠度理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2001.
- [7] 欧进萍, 段忠东. 基于随机裂纹扩展机制的构件抗力衰减分析[J]. 机械强度, 1994, 16(3): 46-51.
- [8] 段忠东, 欧进萍. 金属材料非线性疲劳累积损伤模型及强度衰减分析[J]. 应用力学学报, 1998, 15(3): 104-109.
- [9] 胡毓仁, 陈伯真. 船舶及海洋工程结构疲劳可靠性分析[M]. 北京: 人民交通出版社, 1996.
- [10] 安伟光. 结构系统可靠性和基于可靠性的优化设计[M]. 北京: 国防工业出版社, 1997.

作者简介: 薛志成(1972), 男, 黑龙江省望奎县人, 讲师, 硕士, 主要从事结构工程科研和教学工作, E-mail: xuezhiheng0630@163.com