

文章编号: 0258-0926(2006)05-0079-05

小样本成败型设备可靠性评估方法

张士峰, 杨华波, 张金槐

(国防科技大学航天与材料工程学院, 长沙, 410073)

摘要: 小样本、高可靠性成败型设备可靠性评估是核工程和航天工程领域经常遇到的难题。本文系统地分析了若干可靠性评估方法, 包括 Bayes 方法、改进 Bayes 方法以及 Bayes 网络方法, 同时结合相应的仿真算例说明了方法的应用, 最后对成败型设备可靠性评估问题提出了一些结论和建议。

关键词: 成败型设备; 可靠性评估; Bayes 方法; 数据质量因子; Bayes 网络

中图分类号: TL364⁺.1 **文献标识:** A

1 引 言

目前, 在工业部门所获得的可靠性试验信息中涉及到了大量的成败型数据, 如核电站的应急柴油发电机启动过程^[1, 2]、导弹专用电池等, 在可靠性工程领域, 成败型设备或成败型信息的可靠性评估工作一直是研究的热点和难点问题。

对于成败型试验数据的可靠性评估主要有经典统计方法、信仰方法和 Bayes 方法, 经典统计方法和信仰方法主要利用了现场试验信息, 而 Bayes 方法在利用现场试验信息的同时还利用了所谓的验前信息。但许多工业设备造价昂贵, 危险性高, 不可能做大量的现场试验进行可靠性分析, 面临着小样本情况下高可靠性设备的评估问题。如果仍然沿用经典统计方法或信仰方法, 由于信息量的不充分造成了评估的置信度较低, 不能很好地解决小样本、高可靠性设备的评估问题。

Bayes 方法引入了验前信息, 这些验前信息可以包括以往类型设备的试验信息、设备研制过程中的各类环境和性能试验信息、可靠性增长试验信息以及专家的经验信息等, 增加了处理问题的灵活性, 但同时又带来了不确定性。由于验前信息和现场试验信息不完全服从同一总体, 像传统的 Bayes 方法那样不加区别地利用验前信息, 难免会出现大量的验前信息淹没小样本现场试验信息的情况。Martz 等采用经验 Bayes 方法确定了核电站应急柴油发电机的可靠性, 强调充分利用相同或相似设备的多源可靠性试验信息^[1]。

Zhang Shifeng 等结合加速试验的思想, 利用计量方法和 Bayes 方法进行成败型设备的可靠性评估, 在不改变失效机理的前提下, 通过加严环境应力或工作应力达到加速失效、减少试验次数的目的^[3]。茆定远等利用 Bayes 方法进行了核电站 PSA 分析中的可靠性数据处理, 编制了共轭验前分布参数确定的程序, 并应用于大亚湾核电站的可靠性分析工作, 取得了较好的效果^[2]。

验前信息的合理使用一直是 Bayes 方法最关键和备受争议的问题。张士峰等引入了继承因子描述了验前信息和现场试验信息的差异^[4, 5], Zellner 引入了数据质量因子来描述验前数据和现场试验数据的质量^[6], 而 Helmin 则通过利用 Bayes 网络来描述不同来源验前信息的差异。下面着重讨论小样本成败型设备可靠性评估的若干方法, 包括 Bayes 方法、改进 Bayes 方法以及 Bayes 网络方法, 并进行方法比较。

2 成败型设备可靠性评估的 Bayes 方法

在成败型设备可靠性评估中, 可资利用的验前信息主要有: 研制试验信息, 即同一类型设备在不同环境、不同状态下的试验信息, 相似设备在相似环境下的试验信息、设备可靠性设计信息、可靠性仿真试验信息等, 利用这些验前信息可以构造设备可靠性的验前分布。在可靠性工程中, 对于成败型设备可靠性评估多采用 β 分布作为验前分布, 一方面由于 β 分布为二项分布的自然共

验前分布, 分布参数物理意义明确, 数学计算简便, 另一方面由于 β 分布具有良好的适应性, 可以逼近一大类分布形式。

假定验前分布为 $\beta(R; a, b)$,

$$\pi(R) = \frac{R^{a-1}(1-R)^{b-1}}{\beta(a, b)}, \quad 0 \leq R \leq 1 \quad (1)$$

式中, a, b 由验前信息确定。

成败试验(n, f)的似然函数为

$$L(R) = R^{n-f}(1-R)^f, \quad 0 \leq R \leq 1 \quad (2)$$

由(1)式和(2)式并根据 Bayes 公式得到 R 的验后分布为 $\beta(R; a+n-f, b+f)$ 。

如果没有验前信息可以利用, 可以采用无信息验前分布 $\beta\left(R; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 。获得了 R 的验后分布后可以方便地获得 β 分布下 R 的点估计和置信下限(置信度 γ)估计。

从形式上看, 传统的 Bayes 方法和经典统计方法是统一的, 验前分布参数 a 称为“伪成功数”, b 称为“伪失效数”。如果 2 种方法利用同样的信息源(排除两种学派观点上的争议), 评估结论不会有本质区别。

上面讨论的 Bayes 方法认为验前信息和定型试验信息在统计上服从同一总体, 将验前信息和定型试验信息直接融合以增大样本容量。在小样本情况下, 这种评估方法将严重依赖于验前信息, “准确的”验前信息可以提高评估的置信度, 而“不准确的”验前信息会淹没小样本试验信息, 影响评估结论的正确性。

3 成败型设备可靠性评估的改进 Bayes 方法

为了克服传统 Bayes 方法的缺陷, 考虑了 2 种改进的 Bayes 方法。一种是引入继承因子的概念, 区分新设备和老设备可靠性之间的异同; 另一种是引入数据质量因子的概念, 考虑验前数据和定型试验信息的质量。

3.1 考虑继承因子的改进 Bayes 方法

一般情况下, 设备的研制、设计是一个逐步完善的过程, 新设备是以老设备为基础, 继承了老设备的许多特性, 同时新设备也有不同于老设备之处, 对老设备的相应环节进行改进以满足特定的任务需求。对于可靠性评估问题而言, 设备

的继承性是利用 Bayes 方法减少新设备试验次数的基础, 因为老设备的可靠性指标已经得到了验证; 而设备的进一步改进、发展却引入了可靠性中的不确定性, 可靠性试验正是为了评估这种不确定性。基于上述认识, 在下面的分析中采用了混合 β 验前分布, 并引入了分层 Bayes 方法, 既描述了设备的继承性, 又描述了设备的发展, 利用此验前分布对设备的成败型试验进行 Bayes 可靠性评估。这种评估方法比经典统计方法有明显的优越性。

混合 β 验前分布为

$$\pi(R) = \rho \frac{R^{a-1}(1-R)^{b-1}}{\beta(a, b)} + (1-\rho), \quad 0 \leq R \leq 1 \quad (3)$$

式中, ρ 称为继承因子, 反映了新设备和老设备在可靠性方面的相似程度, 可以由试验信息或专家给出; $(1-\rho)$ 称为更新因子, 反映了新设备在改进老设备时引入的可靠性不确定性。混合 β 验前分布的使用是对经典统计方法和传统 Bayes 方法的合理折衷。

继承因子 ρ 对设备可靠性验证和评估起着重要的作用, 确定继承因子 ρ 必须十分慎重。 ρ 反映了新设备继承老设备的程度, 如果新设备在老设备的基础上做了较大的变动, 则 ρ 的取值较小; 反之若新设备在老设备基础上改动较小, 则 ρ 的取值较大。 ρ 的确定需要结合具体的设备实施, 可以由各方面的专家以及相关信息综合给出。

根据 Bayes 公式得到 R 的验后分布为

$$\pi_{\rho}(R|(n, f)) = \frac{(1-\rho)A + \rho B}{(1-\rho)C + \rho D} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{令 } A &= R^{n-f}(1-R)^f \\ B &= \frac{R^{n-f+a-1}(1-R)^{b+f-1}}{\beta(a, b)} \\ C &= \beta(n-f+1, f+1) \\ D &= \frac{\beta(n-f+a, b+f)}{\beta(a, b)} \end{aligned}$$

在工程实践中, 要想精确给出 ρ 的值相当困难, 有时甚至是不可能的。这样, 可以采用分层 Bayes 方法来处理, 即认为 ρ 是一随机变量, 而 ρ 的概率密度函数由专家或其它信息确定。显然, 分层 Bayes 方法增加了处理问题的灵活性, 同时使得问题的结论更加稳健。令 $\pi(\rho)$ 为 ρ 的概率密度函数, $\pi(\rho)$ 的确定应根据具体问题进行分析,

不能一概而论。下面以均匀分布为例说明分层 Bayes 方法的应用,当然这些结论可以类似地推广到其它类型的分布。

仍采用混合 β 分布(3)式作为 R 的验前分布,考虑继承因子 ρ 服从均匀分布

$$\phi(\rho) = \begin{cases} \frac{1}{\rho_2 - \rho_1} & \rho_1 \leq \rho \leq \rho_2 \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad 0 \leq \rho \leq 1 \quad (5)$$

其中, ρ_1 和 ρ_2 由新老设备的可靠性信息和专家确定。

结合式(4)和式(5),可以得到 R 的验后密度函数为

$$\pi[R|(n, f)] = \int_0^1 \pi_p[R|(n, f)] \phi(\rho) d\rho \quad (6)$$

$$\text{令 } \varphi(x) = \ln[C - (C - D)x] \frac{AD - BC}{(C - D)^2} + \frac{A - B}{C - D} x$$

这样, (6)式可以改写为

$$\pi[R|(n, f)] = \frac{1}{\rho_2 - \rho_1} [\varphi(\rho_2) - \varphi(\rho_1)] \quad (7)$$

3.2 考虑数据质量因子的改进 Bayes 方法

引入验前数据质量因子 p 和定型试验信息质量因子 q 来描述对获取数据的信任程度, $p, q \in [0, 1]$ 。此时, 由式(1)和式(2), 结合数据质量因子, 根据 Bayes 公式得到 R 的验后分布为

$$\pi[R|(n, f, p, q)] \propto \pi(R)^p L(R)^q = \beta[R; (a-1)p + (n-f)q + 1, (b-1)p + fq + 1] \quad (8)$$

当 $p=0$ 、 $q=1$ 时, 认为验前数据质量极差, 此时退化为无信息验前的 Bayes 方法(经典统计方法); 当 $p=1$ 、 $q=0$ 时, 认为验前数据是可信的, 而现场试验信息质量极差; 当 $p=1$ 、 $q=1$ 时, 退化为传统的 Bayes 方法。数据质量因子可以由试验信息结合专家经验来确定, 也可以利用分层 Bayes 方法的思想确定合适的概率分布来描述数据质量因子的不确定性, 以增加可靠性评估的稳健性。从本质上看, 这种方法是利用数据质量因子对验前信息和现场试验信息进行加权融合。

根据式(8)可以得到成败型设备可靠性的点估计和置信下限估计。

4 成败型设备可靠性评估的 Bayes 网络方法

利用 Bayes 方法进行可靠性评估时, 多源信

息融合是一个关键问题。对于成败型设备的可靠性评估而言, 将验前信息分为下列 4 种情况:

- ①同一设备在同一任务剖面下获取的试验信息;
- ②同一设备在 2 个不同任务剖面下获取的试验信息;
- ③同一设备在多个不同任务剖面下获取的试验信息;
- ④多个相似设备在多个不同任务剖面下获取的试验信息。

下面考虑采用 Bayes 网络方法融合这些试验信息, 给出成败型设备可靠性的评估结论。

为了更加方便地应用 Bayes 网络, 作如下变换

$$\Theta = \ln\left(\frac{1-R}{R}\right) \quad (9)$$

则有 $R = \frac{1}{e^\Theta + 1}$

假定 Θ 服从正态分布, 通过改变方差可以容易地量化参数的不确定性。

情况 1, 同一设备在同一任务剖面下获取的试验信息: 将多次试验信息累计, $n = \sum_i n_i$;

$s = \sum_i s_i$ 。此时信息融合的 Bayes 网络如图 1 所示。

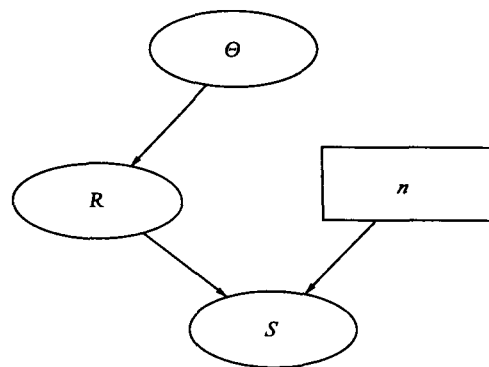


图 1 同一剖面下信息融合的 Bayes 网络模型

Fig. 1 Bayesian Net Model of Information Fusion at the Same Profile

情况 2, 同一设备在两个不同任务剖面下获取的试验信息: 由于任务剖面不同, 不能将 2 种信息像情况 1 那样直接融合。但是由于试验信息极为宝贵, 可以利用 Bayes 网络考虑两种任务剖面的不同而实现信息融合。具体做法是: 引入一个正态随机变量 $\Omega' \sim N(\mu', \sigma'^2)$ 来联系 2 种不同任务剖面的 Θ 和 Θ' , 即 $\Theta' = \Theta + \Omega'$, 通过选择合适的 μ' 和 σ' 来描述 2 种任务剖面的不同。如果

μ' 为负值, 表示 (n', s') 对应的任务剖面比 (n, s) 对应的任务剖面要好一些, 反之, 则表示 (n', s') 对应的任务剖面比 (n, s) 对应的任务剖面要严酷一些。如果 $\mu' = \sigma' = 0$, 则可以将 2 种剖面下的试验信息直接融合, 此时退化为情况 1 所描述的问题。此时信息融合的 Bayes 网络如图 2 所示。

情况 3, 同一设备在多个不同任务剖面下获取的试验信息: 这种情况是情况 2 的扩展, 可以将多种不同剖面下的试验信息进行融合, 如图 3 所示。

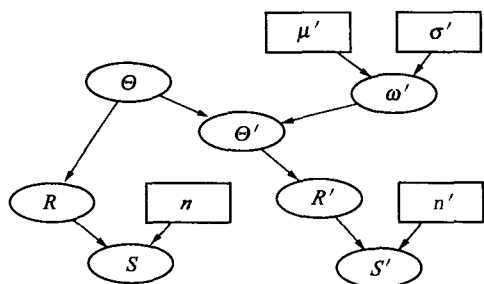


图 2 同一设备在 2 种不同剖面下信息融合的 Bayes 网络模型

Fig. 2 Bayesian Net Model of Information Fusion at Two Different Profiles of a Device

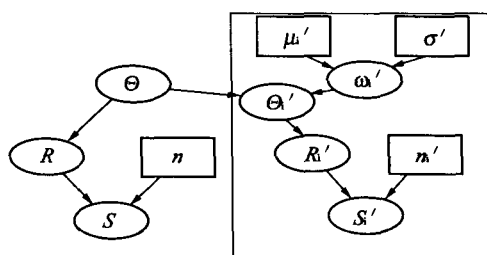


图 3 同一设备在多个不同剖面下信息融合的 Bayes 网络模型

Fig. 3 Bayesian Net model of Information Fusion at Different Multi-profiles of a Device

情况 4, 多个相似设备在多个不同任务剖面下获取的试验信息: 类似于解决不同剖面的差异而引入正态随机变量 Ω' , 为了融合相似设备的可靠性试验信息, 必须引入表征相似设备之间差异的随机变量。

下面以同一设备在 2 种不同任务剖面下的可靠性试验信息融合为例说明 Bayes 网络的应用。

2 种不同任务剖面下的可靠性试验信息融合的 Bayes 网络模型如图 2 所示。

首先进行参数设置, 令 $\mu' = 0$, $\sigma' = 1$, $n = 1000$, $n' = 1000$, $s = 1000$, $s' = 1000$, 即设

备在 2 种任务剖面下试验均无失效。此时利用 Winbugs 软件进行 Monte-Carlo Markov-Chain(MCMC)仿真, 计算得到可靠性 R 的统计量为: 均值 $\hat{R} = 0.9986$, 中位数 $R_{\text{median}} = 0.9988$, 95% 的置信区间为 $[0.9965, 0.9997]$ 。 R 的概率密度函数如图 4 所示。

如果令 $\mu' = -2$, 其它参数不变, 此时 (n', s') 对应的剖面比 (n, s) 对应的剖面要好一些, 计算得到可靠性 R 的统计量为: 均值 $\hat{R} = 0.9983$, 中位数 $R_{\text{median}} = 0.9985$, 95% 的置信区间为 $[0.9957, 0.9996]$ 。 R 的概率密度函数如图 5 所示。

如果令 $\mu' = -2$, 其它参数不变, 此时 (n', s') 对应的剖面比 (n, s) 对应的剖面要严酷一些, 计算得到可靠性 R 的统计量为: 均值 $\hat{R} = 0.999$, 中位

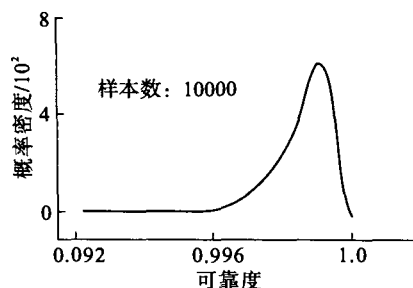


图 4 可靠度(R)的概率密度函数(1)

Fig. 4 Probability Density Function of Reliability (1)

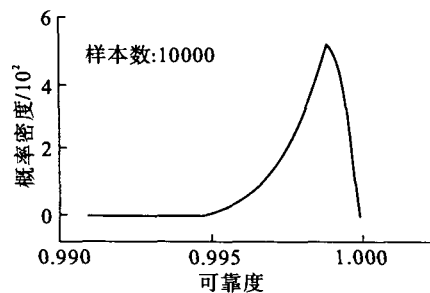


图 5 可靠度(R)的概率密度函数(2)

Fig. 5 Probability Density Function of Reliability (2)

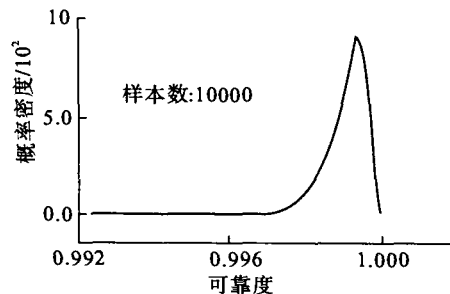


图 6 可靠度(R)的概率密度函数(3)

Fig. 6 Probability Density Function of Reliability (3)

数 $R_{\text{median}} = 0.9992$, 95%的置信区间为[0.9974, 0.9998]。 R 的概率密度函数如图6所示。

从上述仿真例子可以看出, 2种任务剖面的不同可以通过调整参数 μ' 来实现, 类似的也可以通过调整参数 σ' 来实现。

5 结束语

通过对上述小样本成败型设备的可靠性评估方法的分析比较, 可以得出如下结论和建议。

(1)对于特高可靠性评估问题而言, 小样本情况下, 经典统计方法评估结论过分保守。

(2)在小样本情况下, 传统 Bayes 评估结论严重依赖于验前信息, 因此对验前信息的质量提出了很高的要求。

(3)改进 Bayes 方法通过引入继承因子和数据质量因子, 在一定程度上克服了大容量验前信息淹没小样本试验信息的情况, 但是这些因子的确定需要依赖于定性信息, 此时可以依据分层 Bayes 方法的思想, 由专家结合各种信息来确定这些因子的密度函数, 增加了可靠性评估的稳健

性。

(4)Bayes 网络方法主要用于不同任务剖面之下的可靠性试验信息的融合, 通过改变某些参数的设置可以反映出不同任务剖面之间的差异程度, 并且利用 Winbugs 软件可以很容易地实现 MCMC 的复杂仿真计算。

参考文献:

- [1] Martz H F, Kvam P H, Abramson L R. Empirical Bayes estimation of the Reliability of Nuclear-Power-Plant Emergency Diesel Generators[J]. Technometrics, 1996, 38(1): 11~24.
- [2] 茆定远, 薛大知. 核电站PSA分析中可靠性数据处理的贝叶斯方法[J]. 核动力工程, 2000, 21(5): 451~455.
- [3] Zhang Shifeng, Cai Hong. Metering Method of Reliability Evaluation for "One-Shot" Devices[J]. IN Theory and Practice of Energetic Materials(Vol. V) Part B, 2003: 1122 ~ 1126.
- [4] 蔡洪, 张士峰, 张金槐. Bayes 试验分析与评估[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 2004, 282-296.
- [5] 张士峰. 成败型产品可靠性的 Bayes 评估[J]. 兵工学报, 2001, 22 (2): 238 ~ 240.
- [6] Zellner A. Information Processing and Bayesian Analysis[J]. Journal of Econometrics, 2002, 107(1-2): 41 ~ 50.

Reliability Assessment Methods with Small-Sample for Device with Only Safe-or-Failure Pattern

ZHANG Shi-feng, YANG Hua-bo, ZHANG Jin-huai

(College of Aerospace and Material Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, 410073, China)

Abstract: Reliability assessment methods for devices with small-sample high-reliability safe-or-failure pattern are difficult problems in nuclear engineering and aerospace engineering. Some reliability assessment methods are analyzed thoroughly, including Bayesian statistics, improved Bayesian approach and Bayesian networks. Meanwhile the corresponding simulation examples are given to explain the application of the methods. Finally, some conclusions and advices are proposed for the device reliability assessment with only safe-or-failure pattern.

Key words: Devices with only safe-or-failure pattern, Reliability assessment, Bayesian approach, Quality factors of prior and sample data, Bayesian networks

作者简介:

张士峰(1971—), 男, 副教授。2000 年获国防科技大学自动控制专业博士学位。目前研究内容主要涉及到可靠性分析、试验以及武器系统评估等。

杨华波(1980—), 男, 博士研究生。2003 年获国防科技大学飞行器设计专业硕士学位。现主要从事可靠性分析、预测和优化方面的研究。

张金槐(1930—), 男, 教授, 博士生导师。1953 年获复旦大学数学系学士学位。目前研究内容主要涉及可靠性分析、武器系统试验与评估等。

(责任编辑: 刘胜吾)