研究与设计

航天继电器“小子样、零失效”情况下的可靠性评估方法

王淑娟[1]，刘丽平[1]，翟国富[1]，李远光[2]
（1. 哈尔滨工业大学军用电器研究所，黑龙江 哈尔滨 150001；
2. 桂林航天电子有限公司，广西 桂林 541002）

摘要：航天继电器造价昂贵，可靠性要求极高，其工作寿命的试验样本具有“小子样、零失效”的特点。工程中迫切需要对这类产品的可靠度予以有效评定。本文依据航天继电器产品的寿命分布估计和采用损失函数的方法，给出了在“小子样、零失效”可靠性试验样本情况下，工作寿命可靠度的点估计方法，并给出了分析实例。

关键词：零失效；损失函数；寿命分布估计；可靠性估计
中图分类号：TM58 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－6133(2007)02－0003－05

Method of Spacecraft Relay Reliability Evaluation on Small and Zero Failure Samples

WANG Shu-juan[1], LIU Li-ping[1], ZHAI Guo-fu[1], LI Yuan-guang[2]
(1. Military Apparatus Research Institute of Harbin Institute of Technology, Harbin, 150001, China;
2. Guilin Aerospace Electronic Ltd., Guilin, 541002, China)

Abstract: The spacecraft relay products are expensive and required to be extremely highly reliable. Their test samples for working life are customarily zero failure and small sized. Validity evaluation of the reliability of such products is urgently required in engineering practice. This article brings forward the point estimation of working life reliability according to age distribution estimation of spacecraft and some certain loss function based on small and zero failure samples. Example for evaluating working life reliability of spacecraft is given. Then the studies show that the conclusion of this paper is of great use value to spacecraft products reliability evaluation.

Key words: zero failure; loss function; age distribution estimation; reliability evaluation

1 引 言

航天继电器造价昂贵，可靠性要求极高。在某些场合，航天继电器在寿命试验中出现无故障情况。应用这些试验数据评估继电器的可靠寿命是航天继电器可靠性分析中的重要内容之一。产品在有故障情况下的数据处理已经有一套成熟的方法，对大子样完全寿命数据和小子样规则截尾寿命数据，

收稿日期：2007－04－10

参数估计方法较多[5]，但对无故障情况下的数据处理有些还处于研究与探讨阶段[2]。文献［4］给出了“小子样、零失效”情况下寿命可靠度的置信分析方法，该方法可在寿命服从指数分布的“零失效”试验样本的情况下，对其寿命可靠度作置信区间估计；但并未给出可靠度的点估计方法。本文针对寿命服从威布尔分布，由“零失效”场合的最优正则置信下限公式，求出在“零失效”试验样本情况下寿命可靠性模型中未知参数的分布密度估计，应用该估计结果和采用一定的损失函数给出寿命可靠性模型中未知参数的置信区间估计和点估计方法，同时对点估计结果进行了分析和验证。应用上述结论，本文给出了在“小子样、零失效”寿命试验样本的情况下航天继电器产品工作寿命可靠度的评估方法。最后给出了分析实例。

2 无故障数据的可靠性分析

2.1 最优正则置信下限

设T表示产品寿命的随机变量，其累积分布函数为$F(t,\theta)$，其中θ是未知参数。设$g(\theta)$是θ的广义实值函数。已知可靠寿命的“零失效”样本Z^0为$T=\{t_i: i=1,2\cdots,n\}$。设$\gamma(Z)$是$g(\theta)$的$1-\alpha$置信水平的置信下限，若对一切Z有$\gamma(Z)\leqslant\gamma(Z^0)$，则称$\gamma(Z^0)$是正则的，对于可靠度、可靠寿命这些可靠性指标来说，正则性是很自然满足的，因为无故障情况下的置信下限不会小于有故障情况下的置信下限。设$\gamma^*(Z^0)$是$g(\theta)$的$1-\alpha$置信水平的最优正则置信下限，则对任何$(1-a)$置信水平的正则置信下限$\gamma(Z^0)$均有$\gamma(Z^0)\leqslant\gamma^*(Z^0)$。$\gamma^*(Z^0)$永远存在，且

$$\gamma^*(Z^0)=\inf\{g(\theta): \prod_{i=1}^{n}[1-F(t_i,\theta)]>\alpha\} \tag{1}$$

在无故障情况下，$\gamma^*(Z^0)$是$g(\theta)$在$1-\alpha$置信水平时的最优置信下限。这是一个普遍公式，适用于常见的产品累积分布函数[2]。

2.2 根据无故障试验样本求威布尔分布中可靠性参数的分布密度估计

威布尔分布是可靠性技术中常用的一种复杂分布。威布尔分布含有三个参数，它的适应性较强，在多种领域中有许多现象皆近似符合威布尔分布，它对浴盆曲线的三个失效期都可以适应。因此，在可靠性技术中应用较广。

两参数威布尔分布累积分布函数为：

$$F(t,m,\eta)=1-e^{-(t/\eta)^m},\ t>0 \tag{2}$$

式中m（$m>0$）是形状参数，η（$\eta>0$）为真尺度参数（η也称作特征寿命）。若寿命服从威布尔分布的n个试品，在m已知的情况下，工作了t_1，…，t_n时间没有出现故障，则可按无故障情况下产品工作时间为${t_1}^m$，…，${t_n}^m$的指数分布来处理。由式（1）和式（2）可得在$1-\alpha$置信水平时平均寿命θ（$\theta=\eta^m$）的最优置信下限为：

$$\theta_L=\frac{\sum_{i=1}^{n}{t_i}^m}{-\ln\alpha} \tag{3}$$

按照Bayes观点，未知参数θ是随机变量。作变换$\lambda=1/\theta$，则$\lambda_U=1/\theta_L$。由式（3）得：

$$P(\lambda\leqslant\lambda_U)=P(\theta\geqslant\theta_L)=1-\alpha \tag{4}$$

设产品的寿命分布为$\pi(\lambda\mid X)$，则

$$\int_0^{\lambda_U}\pi(\lambda\mid X)d\lambda=\int_0^{-\ln\alpha/\sum_{i=1}^{n}t_i^m}\pi(\lambda\mid X)d\lambda=1-\alpha \tag{5}$$

求出参数λ的分布密度估计：

$$\pi(\lambda\mid X)=(\sum_{i=1}^{n}{t_i}^m)e^{-(\sum_{i=1}^{n}t_i^m)\lambda},\lambda>0 \tag{6}$$

在已知产品寿命分布类型的情况下，数据分析的主要任务就是根据样本来估计总体的分布参数。只有通过样本估计出这些参数，才有可能对产品的可靠性进行评定。

2.3 根据无故障试验样本，求威布尔分布中可靠性参数的置信区间估计

根据式（3），参数λ的$1-\alpha$置信水平的单侧置信上限为：

$$\lambda_U=\frac{-\ln\alpha}{\sum_{i=1}^{n}{t_i}^m} \tag{7}$$

下面根据式（6）求参数λ的$1-\alpha$置信水平的单侧置信下限，根据定义，有

$$\int_{\lambda_L}^{1}(\sum_{i=1}^{n}{t_i}^m)e^{-(\sum_{i=1}^{n}t_i^m)\lambda}d\lambda=1-\alpha$$

解得：

$$\lambda_L = \frac{-\ln(1-\alpha)}{\sum_{i=1}^{n} t_i^{m}} \quad (8)$$

2.4 根据无故障试验样本，求威布尔分布中可靠性参数的点估计及其验证分析

设可靠性模型中未知分布参数λ的点估计值为$\hat{\lambda}$，则$\hat{\lambda}$为样本$X=(X_1,\cdots,X_n)$的函数，即

$$\hat{\lambda} = \hat{\lambda}(X) = \hat{\lambda}(X_1,\cdots,X_n) \quad (9)$$

令$L(\lambda,\hat{\lambda})$为损失函数，定义为当参数真值为λ而估计值为$\hat{\lambda}$所造成的损失，此时在给定样本X之下的平均损失为：

$$E[L(\lambda,\hat{\lambda}) \mid X] = \int_{\Theta} L(\lambda,\hat{\lambda})\,\pi(\lambda \mid X)\,d\theta \quad (10)$$

这样，$\hat{\lambda}$与密度函数$\pi(\lambda \mid X)$以及损失函数$L(\lambda,\hat{\lambda})$的选取有关。

在实际工作中经常采用的损失函数有两种[3]：

(1) 平方型

$$L(\lambda,\hat{\lambda}) = (\lambda-\hat{\lambda})^2 \quad (11)$$

它强调了大误差的影响。此时λ的 Bayes 估计即为条件均值估计，即

$$\hat{\lambda}_E(X) = E[\lambda \mid X]\int_{\Theta} \lambda\,\pi(\lambda \mid X)\,d\lambda \quad (12)$$

此时点估计的误差为：

$$\mathrm{MSE}(\hat{\lambda} \mid X) = E(\lambda-\hat{\lambda}_E)^2 = Var(\lambda \mid X) \quad (13)$$

(2) 绝对值型

$$L(\lambda,\hat{\lambda}) = |\lambda-\hat{\lambda}| \quad (14)$$

它强调了损失与误差成比例。此时，λ的 Bayes 估计$\hat{\lambda}$是$\pi(\lambda \mid X)$的中位数，于是得到λ的 Bayes 点估计为验后中位数估计：

$$\hat{\lambda}_{Me} = Mode(\lambda \mid X) \quad (15)$$

其点估计误差为：

$$\mathrm{MSE}(\hat{\lambda}_{Me}) = Var(\lambda \mid X) + (\hat{\lambda}_E-\hat{\lambda}_{Me})^2 \quad (16)$$

当损失函数取平方型时，式(6)中失效率λ的估计为条件均值估计，即

$$\hat{\lambda}_E(X) = E[\lambda \mid X] = \int_0^{\infty} \lambda\,\pi(\lambda \mid X)\,d\lambda = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} t_i^{m}} \quad (17)$$

比较式(3)和式(14)可以得出$-\ln\alpha=1$，$\alpha=0.368$。所以$\hat{\theta}$实际上是θ的一个置信度为$1-\alpha=0.632$的保守的置信下限值。考虑在产品有故障的截尾寿命试验时，用极大似然估计的平均寿命为：

$$\hat{\theta}_{ML} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i^{m}}{r} \quad (18)$$

假设第一个故障马上就要出现，即假设截尾数$r=1$，此时平均寿命估计值与置信度为$1-\alpha=0.632$的保守的置信下限值相同。它与第一个故障出现的时间有关，如果第一个故障立即得到，则该估计下限值的置信水平为63%；如果试验时间增长，故障仍未出现，则置信水平高于63%。此时，该估计方法呈现出保守性。

当损失函数取绝对值型时，失效率λ的估计为中位数估计$\hat{\lambda}_M$，即

$$\int_0^{\hat{\lambda}_M} \pi(\lambda \mid X)\,d\lambda = \int_{\hat{\lambda}_M}^{\infty} \pi(\lambda \mid X)\,d\lambda \quad (19)$$

解得：

$$\hat{\lambda}_M = \frac{0.693\,1}{\sum_{i=1}^{n} t_i^{m}} \quad (20)$$

比较式(3)和式(17)，若用平均寿命的$1-\alpha=0.5$置信下限代替$1-\alpha=0.63$置信下限，即假设式(15)中$r=0.693\,1$，这样的平均寿命值不一定是保守的。

3 航天继电器"小子样、零失效"试验样本情况下的可靠性评估

航天继电器产品具有极高的可靠性。为了避免在"零失效"寿命试验样本的情况下，对这类继电器产品的可靠性估计偏于保守，本文采用绝对值型的损失函数对未知的可靠性参数进行验后中位数估计，即采用式(17)对失效率进行点估计。假设一批寿命服从两参数威布尔分布的航天继电器产品总数为N，试品数为n，其寿命试验的"小子样、零失效"样本为$T=\{t_i:\ i=1,2,\cdots,n\}$，根据式(2)和(19)得出：从该批继电器产品中任取一只，工作时间为t时的可靠度为：

$$R(t,1) = e^{-0.693\,1 t^{m}/\sum_{i=1}^{n} t_i^{m}},\ t \geqslant 0 \quad (21)$$

根据式(2)和(7)求得可靠度的$1-\alpha$置信水平的单侧置信下限为：

$$R_L(1-\alpha) = e^{-t\ln\alpha/\sum_{i=1}^{n} t_i^m} = \alpha^{t/\sum_{i=1}^{n} t_i^m}, t \geq 0 \tag{22}$$

根据式（2）和（8）求得可靠度的 $1-\alpha$ 置信水平的单侧置信上限为：

$$R_U(1-\alpha) = e^{-t\ln(1-\alpha)/\sum_{i=1}^{n} t_i^m} = (1-\alpha)^{t/\sum_{i=1}^{n} t_i^m}, t \geq 0 \tag{23}$$

根据这些公式，可以确定给定寿命可靠度与试品数时所需的试验时间，或给定寿命可靠度与试验时间时所需的试品数；可以计算能够保证的工作寿命可靠度的置信下限，和达到的最高可靠度。综合考虑试品数及寿命试验成本，可对寿命试验进行优化设计。

4 航天继电器“零失效”寿命试验实例分析

某种型号的继电器 100 只，取 5 只做寿命试验，动作 1 500 次无一只失效。试问：其它 95 只继电器动作一次成功的概率？

分析：该批继电器在生产过程完成之后通过筛选试验剔除了早期失效产品，其试验时间和工作时间都控制在偶然失效阶段，可认为寿命服从指数分布。此时寿命分布的形状参数 $m=1$，式（20）中 $t=1$，$N-n=100-5=95$，根据式（20）可得：

$$R(1,95) = e^{\frac{-0.6931\times 95}{5\times 1500}} = 99.13\%$$

通过 2.4 节的分析我们可以认为该估计值是较可取的。即通过本寿命试验，可以认为其它 95 只继电器动作一次成功的概率是 99.13%。

根据式（21）和（22）求得当 $1-\alpha=0.6$ 时，成功概率的置信下限和上限分别为：

$$R_L(1,95) = 0.4^{\frac{95}{1500\times 5}} = 98.85\%$$

$$R_U(1,95) = 0.6^{\frac{95}{1500\times 5}} = 99.36\%$$

表 1 ~ 3 中还给出其它几种试验方案供比较。

表 1 各试验方案的可靠度点估计结果

t_i	1 500	2 500	3 500	4 500	5 500	6 500	7 500	8 500	9 500
$n=5, R(1,95)$	0.991 3	0.994 7	0.996 2	0.997 1	0.997 6	0.998 0	0.998 2	0.998 5	0.998 6
$n=7, R(1,93)$	0.993 9	0.996 3	0.997 4	0.998 0	0.998 3	0.998 6	0.998 8	0.998 9	0.999 0
$n=10, R(1,90)$	0.995 9	0.997 5	0.998 2	0.998 6	0.998 9	0.999 0	0.999 2	0.999 3	0.999 3

注：t_i——每个试品的试验时间；n——试品数（表 2、表 3 相同）。

表 2 各试验方案的可靠度置信下限估计结果（$1-\alpha=0.6$）

t_i	1 500	2 500	3 500	4 500	5 500	6 500	7 500	8 500	9 500
$n=5, R_L(1,95)$	0.988 5	0.993 0	0.995 0	0.996 1	0.996 8	0.997 3	0.997 7	0.998 0	0.998 2
$n=7, R_L(1,93)$	0.991 9	0.995 1	0.996 5	0.997 3	0.997 8	0.998 1	0.998 4	0.998 6	0.998 7
$n=10, R_L(1,90)$	0.994 5	0.996 7	0.997 6	0.998 2	0.998 5	0.998 7	0.998 9	0.999 0	0.999 1

表 3 各试验方案的可靠度置信上限估计结果（$1-\alpha=0.6$）

t_i	1 500	2 500	3 500	4 500	5 500	6 500	7 500	8 500	9 500
$n=5, R_U(1,95)$	0.993 6	0.996 1	0.997 2	0.997 8	0.998 2	0.998 5	0.998 7	0.998 9	0.999 0
$n=7, R_U(1,93)$	0.995 5	0.997 3	0.998 1	0.998 5	0.998 8	0.999 0	0.999 1	0.999 2	0.999 3
$n=10, R_U(1,90)$	0.996 9	0.998 2	0.998 7	0.999 0	0.999 2	0.999 3	0.999 4	0.999 5	0.999 5

对应于不同的可靠度要求，可以参考表 1 ~ 3 采取不同的试品数和试验时间，从而达到优化试验的目的。

本例的结果表明，指数分布可靠性模型中未知参数的分布密度及其寿命可靠度的置信限估计和点估计只决定于“零失效”的验证试验总时间。目前在工程界，已经有用延长试验时间的办法来提高产品可靠度的思路，因此可以灵活地安排可靠性试验

第2期
2007年6月

机 电 元 件
ELECTROMECHANICAL COMPONENTS

Vol. 27 No. 2
Jun. 2007

研究与设计

航天电磁继电器簧片结构应力特性分析

樊薇薇，翟国富
（哈尔滨工业大学电气工程及其自动化学院，黑龙江 哈尔滨 150001）

摘要：航天电磁继电器是航天电子系统的重要元件，其簧片结构应力特性的研究，对于提高继电器使用可靠性及寿命具有重要意义。本文通过仿真分析，得到了各簧片的静态结构应力分布情况，找到了簧片结构中的应力集中点。通过对相互配合的、动态变化的吸、反力求解，得到了应力集中点在触点转换过程中的应力变化情况，对应力集中点的应力极限值产生的时间进行了判断。另外，本文给出了接触力作用点位置、簧片的尺寸、倒角大小对应力集中点的应力值的影响规律，并提出了相应的优化建议。

关键词：航天电磁继电器；簧片；结构应力特性；应力集中点；动态特性

中图分类号：TM58 文献标识码：A 文章编号：1000-6133(2007)02-0007-06

Structural Stress Characteristics of the Space Electromagnetic Relay Spring

FAN Wei-wei, ZHAI Guo-fu
(Department of Electrical Engineering and Automation, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: Space electromagnetic relay is one of the most important elements in space electronic system. The research on the structural stress characteristics of its spring is very important for improving the

收稿日期：2007-04-16

及其截尾时间。

5 结 论

（1）对无故障寿命试验情况下可靠性模型中未知参数进行点估计，能够对可靠性未知参数有一个较为精确的认识；

（2）对无故障寿命试验情况下服从威布尔分布的寿命可靠性模型中未知参数进行置信区间估计，可以得到在一定置信水平下能够保证其估计结果的下限并确定最多能保证到什么程度。

本文结论对航天继电器的可靠性验证试验具有现实指导意义。

参考文献：

[1] Martz H F, Waller R A. A Bayesian zero failure (BAZE) reliability demonstration testing procedure[J]. Journal of quality technology, 1979(11).

[2] 贺国芳. 可靠性数据的收集与分析[M]. 北京：国防工业出版社. 1995.

[3] 王国玉，申绪涧. 电子系统小子样试验理论方法[M]. 北京：国防工业出版社. 2003.

[4] 李宝盛，何洪庆. “小子样、零失效”情况下寿命可靠度的置信分析方法[J]. 兵工学报，2001，22(2)：235—237.

[5] 陆山，吕鸿雁. 小子样零构件可靠寿命零故障试验评估方法[J]. 机械强度，2006，28(3)：411—414.